ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ

ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΕΝΙΑΙΕΣ ΤΕΛΙΚΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΓΡΑΠΤΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2023-24

Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΔΕΥΤΕΡΑ 03 ΙΟΥΝΙΟΥ 2024

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Α΄ ΣΕΙΡΑ

ΚΩΔΙΚΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ: 2Γ

ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΓΡΑΠΤΗΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ: 90 λεπτά

ΟΔΗΓΙΕΣ ΠΡΟΣ ΤΟΥΣ ΔΙΟΡΘΩΤΕΣ

Επισημαίνεται ότι οι διορθωτές πρέπει να ακολουθούν τις οδηγίες βαθμολόγησης όσον αφορά στην κατανομή των μονάδων, χωρίς να προβαίνουν σε υποδιαίρεση της βαθμολογίας.

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ, ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ
ΟΔΗΓΟΣ ΔΙΟΡΘΩΣΗΣ – Α΄ ΣΕΙΡΑ

<u>ΜΕΡΟΣ Α΄</u>: Αποτελείται από 6 ασκήσεις και βαθμολογείται με 60 μονάδες.
Να λύσετε και τις 6 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

Α1. Να αντιστοιχίσετε κάθε μία παράσταση της στήλης Α, με την αντίστοιχη ορθή απάντηση της στήλης Β. Στη συνέχεια, να συμπληρώσετε τις απαντήσεις σας στον Πίνακα 1 που ακολουθεί.

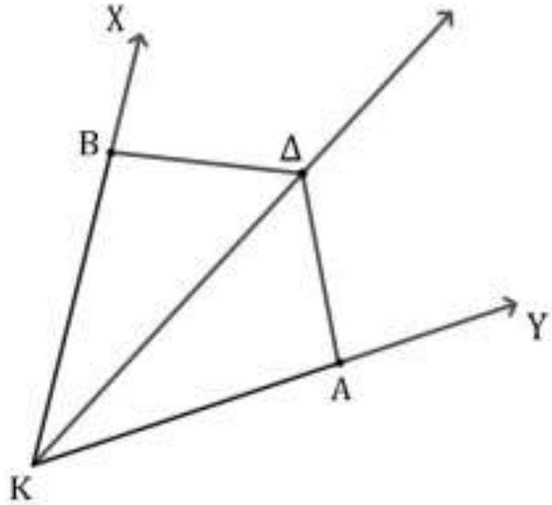
Στήλη Α	**Στήλη Β**
(α) $x^2 - 1$	(i) $(x-1)^2$
(β) $x^2 - x$	(ii) Δεν παραγοντοποιείται
(γ) $x^2 - 4x + 3$	(iii) $(x+3)(x-1)$
(δ) $x^2 + 1$	(iv) $x(x-1)$
(ε) $x^2 - 2x + 1$	(v) $(x-3)(x-1)$
	(vi) $(x-1)(x+1)$
	(vii) $(x-3)(x+1)$

Λύση:

Τα ερωτήματα είναι ισόβαθμα
2 μονάδες το κάθε ένα

ΠΙΝΑΚΑΣ 1				
(α)	(β)	(γ)	(δ)	(ε)
(vi)	**(iv)**	**(v)**	**(ii)**	**(i)**

Α2. Στο πιο κάτω σχήμα, η ΚΔ είναι η διχοτόμος της γωνίας $\mathrm{X}\widehat{\mathrm{K}}\mathrm{Y}$ και Α, Β σημεία των ημιευθειών ΚΥ και ΚΧ αντίστοιχα, έτσι ώστε $\mathrm{KA} = \mathrm{KB}$. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΒΚΔ και ΔΚΑ είναι ίσα.



Λύση:

1

Συγκρίνουμε τα τρίγωνα $B K \Delta$ και $A K \Delta$ τα οποία έχουν:

1 1

1 μονάδα αναφορά στην ισότητα λεκτικά ή συμβολικά

$$\left.\begin{array}{lll} (1)\ K\Delta = K\Delta & \text{(Κοινή πλευρά)} & (\Pi) \\ (2)\ B\widehat{K}\Delta = \Delta\widehat{K}A & (K\Delta \text{ διχοτόμος}) & (\Gamma) \\ (3)\ KB = KA & \text{(Δεδομένο)} & (\Pi) \end{array}\right\} \Rightarrow \overset{\triangle}{BK\Delta} = \overset{\triangle}{AK\Delta} \quad (\Pi - \Gamma - \Pi)$$

1 1

1 1

2 μονάδες αναφορά στο κριτήριο λεκτικά ή συμβολικά

Άρα, τα τρίγωνα $B K \Delta$ και $A K \Delta$ είναι <u>ίσα</u> διότι έχουν δυο πλευρές αντίστοιχα ίσες μια προς μια και τις περιεχόμενες γωνίες σε αυτές αντίστοιχα ίσες.

Α3. (α) Να χαρακτηρίσετε με ΟΡΘΟ ή ΛΑΘΟΣ τις πιο κάτω προτάσεις, βάζοντας σε κύκλο την ορθή απάντηση.

Λύση:

Τα ερωτήματα είναι ισόβαθμα 1 μονάδα το κάθε ένα

(i) Το ζεύγος $(x, y) = (-2, 10)$ είναι η λύση του συστήματος: $\begin{array}{r} x + y = -8 \\ 2x - y = 2 \end{array}$	ΟΡΘΟ / ΛΑΘΟΣ
(ii) Οι ευθείες ε_1: $5x + y = 3$ και ε_2: $10x + 2y = 6$ ταυτίζονται.	ΟΡΘΟ / ΛΑΘΟΣ
(iii) Αν οι κλίσεις δύο ευθειών είναι ίσες, τότε οι ευθείες τέμνονται.	ΟΡΘΟ / ΛΑΘΟΣ
(iv) Οι ευθείες ε_3: $y = x + 4$ και ε_4: $y = -x - 2$ είναι κάθετες μεταξύ τους.	ΟΡΘΟ / ΛΑΘΟΣ
(v) Η ευθεία ε_5: $y = (\alpha + 2)x + 4$ είναι παράλληλη με την ευθεία ε_6: $y = 5x - 2$, αν $\alpha = 3$.	ΟΡΘΟ / ΛΑΘΟΣ

(5 μονάδες)

(β) Να λύσετε το σύστημα: $\begin{array}{r} x + y = -8 \\ 2x - y = 2 \end{array}$ (5 μονάδες)

0,5 **Α΄ τρόπος:**

$$\begin{array}{r} x + \cancel{y} = -8 \\ 2x - \cancel{y} = 2 \quad + \\ \hline 3x \quad = -6 \end{array}$$

1

1

$$\Rightarrow x = \frac{-6}{3}$$

$$\Rightarrow x = -2$$

0,5

1

0,5

$$x + y = -8 \xRightarrow{x=-2} -2 + y = -8$$

0,5

$$\Rightarrow y = -8 + 2 \quad \Rightarrow y = -6$$

Άρα, η λύση του συστήματος είναι το ζεύγος $(x, y) = (-2, -6)$

Β΄ τρόπος:

$$x+y=-8 \quad (1)$$
$$2x-y=2 \quad (2)$$

0,5

αντικαθιστώ την $x=-8-y$ στην (2)

0,5 0,5

$2(-8-y)-y=2 \Rightarrow -16-2y-y=2$

$\Rightarrow -2y-y=2+16$ 0,5

$\Rightarrow -3y=18$ 0,5

$\Rightarrow y=-6$ 0,5

$x+y=-8 \overset{y=-6}{\Longrightarrow} x-6=-8$ 1

$\Rightarrow x=-8+6 \Rightarrow x=-2$ 0,5

0,5

<u>Διευκρίνιση:</u> Αφαιρείται μια μονάδα αν υπάρχει αριθμητικό λάθος στο x ή στο y με ορθή διαδικασία π.χ. αντικατάστασης ή αντίθετων συντελεστών.

Άρα, η λύση του συστήματος είναι το ζεύγος $(x,y)=(-2,-6)$

Α4. Δίνονται οι παραστάσεις: $A = (5x - y)^2 - (5x + 2)(5x - 2) - 29$ και $B = 6xy - 20x$.

(α) Να δείξετε ότι: $A = y^2 - 10xy - 25$. (5 μονάδες)

(β) Να βρείτε την παράσταση: $A + B$ (2 μονάδες)

(γ) Να παραγοντοποιήσετε την παράσταση: $A + B$ (3 μονάδες)

Λύση:

(α) $A = (5x - y)^2 - (5x + 2)(5x - 2) - 29$

0,5 0,5 0,5 0,5 0,5

$= [(5x)^2 - 2 \cdot 5x \cdot y + y^2] - [(5x)^2 - 2^2] - 29$

0,5 0,5 0,5

$= (25x^2 - 10xy + y^2) - (25x^2 - 4) - 29$

$= 25x^2 - 10xy + y^2 - 25x^2 + 4 - 29$ 0,5 αλλαγή και στα δύο πρόσημα

$= y^2 - 10xy - 25$ 0,5

<u>Διευκρίνιση:</u> Αν μαθητής/τρια παραλείψει ενδιάμεσα βήματα αλλά η πορεία του φανερώνει τη χρήση ταυτοτήτων τότε παίρνει όλες τις μονάδες που αντιστοιχούν σε αυτά

(β) $A + B = y^2 - 10xy - 25 + 6xy - 20x$ 1

$= y^2 - 4xy - 20x - 25$ 1

<u>Διευκρίνιση</u>: Αν αντί για $(y + 5)$ δοθεί $(y - 5)$ αλλά συνεχίσει σωστά με βάση το λάθος του, να αφαιρεθεί 1.

(γ) $A + B = y^2 - 4xy - 20x - 25$

$= (y^2 - 25) + (-4xy - 20x) = (y - 5)(y + 5) - 4x(y + 5) = (y + 5)(y - 5 - 4x)$

0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5

A5. Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{15}{x^2+3x-4}-\frac{2x+1}{1-x}=\frac{x+1}{x+4}$

ΛΥΣΗ:

0,5

$$\text{Ε.Κ.Π} = (x+4)(x-1)$$

$$\text{Ε.Κ.Π} = (x+4)(x-1) \neq 0$$

$$\Rightarrow x \neq -4 \text{ και } x \neq 1$$

0,5

$$\frac{15}{x^2+3x-4}-\frac{2x+1}{1-x}=\frac{x+1}{x+4} \Leftrightarrow \overset{1}{\frac{15}{(x+4)(x-1)}}+\overset{x+4}{\frac{2x+1}{x-1}}=\overset{x-1}{\frac{x+1}{x+4}}$$

0,5 0,5

$$\Leftrightarrow 15+(2x+1)(x+4)=(x+1)(x-1)$$

0,5 0,5

$$\Leftrightarrow 15+2x^2+8x+x+4=x^2-1^2$$

0,5

0,5 0,5 0,5 0,5

$$\Leftrightarrow 15+2x^2+8x+x+4-x^2+1=0$$

0,5 0,5

$$\Leftrightarrow x^2+9x+20=0$$

1

$$\Leftrightarrow (x+5)(x+4)=0$$

0,5

$\Leftrightarrow x=-5$ Δεκτή ή $x=-4$ Απορρίπτεται

0,5 0,5 0,5 0,5

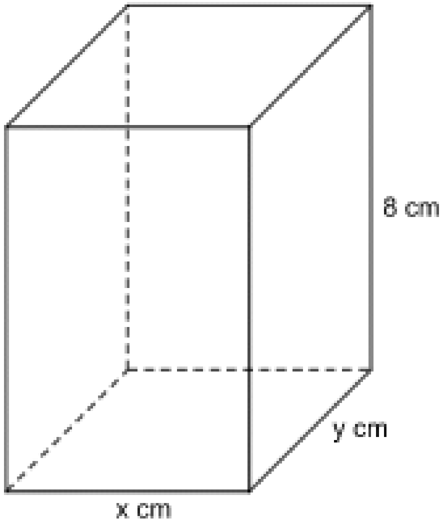
Α6. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με διαστάσεις βάσης $x\ cm$, $y\ cm$ και ύψος $\upsilon = 8\ cm$.

(α) Να υπολογίσετε το εμβαδόν της βάσης του, αν ο όγκος του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου είναι $V = 120\ cm^3$. (5 μονάδες)

(β) Να δείξετε ότι $x + y = 8$, αν η περίμετρος της βάσης του είναι $16\ cm$.

(2 μονάδες)

(γ) Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης $x^2 + y^2$, με τη χρήση ταυτότητας. (3 μονάδες)



Λύση:

(α) **Α΄ τρόπος** 1

$V = \alpha \cdot \beta \cdot \gamma = 120$

$\Rightarrow x \cdot y \cdot 8 = 120$ 1

$\Rightarrow x \cdot y = \frac{120}{8}$ 1

$\Rightarrow x \cdot y = 15$ 1

$\Rightarrow \mathrm{E}_\beta = x \cdot y = 15\ \mathrm{cm}^2$ 1

1

Β΄ τρόπος 2

$\mathrm{V} = E_\beta \cdot \upsilon$

$\Rightarrow \mathrm{E}_\beta \cdot 8 = 120$ 1

$\Rightarrow \mathrm{E}_\beta = \frac{120}{8}$ 1

$\Rightarrow \mathrm{E}_\beta = 15\ \mathrm{cm}^2$ 1 (β) $\Pi_\beta = 16$ 0,5

$2x + 2y = 16$

$\Rightarrow 2(x+y) = 16$ 0,5

$\Rightarrow x + y = \frac{16}{2}$ 0,5

$\Rightarrow x + y = 8$ 0,5

(γ) Αφού ισχύει $x + y = 8$ τότε $(x+y)^2 = 8^2$ 0,5

$\Leftrightarrow x^2 + 2xy + y^2 = 64$ 0,5

0,5 $\Leftrightarrow x^2 + 2 \cdot 15 + y^2 = 64$

0,5 $\Leftrightarrow x^2 + 30 + y^2 = 64$ 0,5

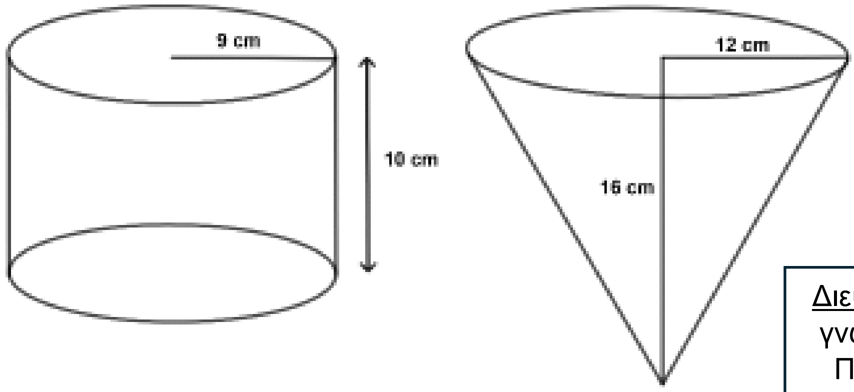
$\Leftrightarrow x^2 + y^2 = 64 - 30$

$\Leftrightarrow x^2 + y^2 = 34$ 0,5

<u>ΜΕΡΟΣ Β΄</u>: Αποτελείται από 3 ασκήσεις και βαθμολογείται με 40 μονάδες.
Να λύσετε και τις 3 ασκήσεις.
Δυο ασκήσεις βαθμολογούνται με 15 μονάδες η κάθε μία και μία άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

Β1. Σε μια παγωταρία πωλούνται δύο διαφορετικές συσκευασίες παγωτού. Η μία είναι σε σχήμα κυλίνδρου, με ακτίνα βάσης $9\ cm$ και ύψος $10\ cm$ και η άλλη είναι σε σχήμα κώνου, με ακτίνα βάσης $12\ cm$ και ύψος $16\ cm$, όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα.

Αν καλυφθεί πλήρως η <u>κυρτή επιφάνεια</u> του κυλίνδρου και του κώνου με χάρτινη ετικέτα, αμελητέου πάχους, να εξετάσετε σε ποια συσκευασία θα χρησιμοποιηθεί το λιγότερο χαρτί. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. (10 μονάδες)



<u>Διευκρίνιση</u>: Αν γνωρίζουν την Πυθαγόρεια τριάδα να δοθούν οι 2 μονάδες

Λύση:

2

$E_{κ.κυλίνδρου} = 2\pi R\upsilon$
$= 2\pi \cdot 9 \cdot 10$ 0,5 0,5
$= 180\pi$
$\cong 180 \cdot 3{,}14$
$= 565{,}2\ \text{cm}^2$

0,5 (απάντηση συναρτήσει του π **ή** σε δεκαδική μορφή)

0,5

$\lambda^2 = 16^2 + 12^2$ 0,5
$\Rightarrow \lambda^2 = 256 + 144$
$\Rightarrow \lambda^2 = 400$ 0,5
$\Rightarrow \lambda = \sqrt{400}, \lambda > 0$
$\Rightarrow \lambda = 20\ \text{cm}$

0,5

2 0,5

$E_{κ.κώνου} = \pi R\lambda$
$= \pi \cdot 12 \cdot 20$ 0,5
$= 240\pi$
$\cong 240 \cdot 3{,}14$
$= 753{,}6\ \text{cm}^2$

0,5 (απάντηση συναρτήσει του π **ή** σε δεκαδική μορφή)

Το λιγότερο χαρτί θα χρησιμοποιηθεί στη συσκευασία με σχήμα **κυλίνδρου** γιατί έχει το **μικρότερο** εμβαδόν κυρτής επιφάνειας ($E_{κ.κυλίνδρου} < E_{κ.κώνου}$).

0,5 0,5

B2. Δίνονται οι παραστάσεις:

$$\mathrm{K} = \frac{\frac{x^2-20}{x}-8}{1-\frac{10}{x}} \text{ και } \Lambda = \left(\frac{1}{x}+\frac{10}{x^2-10x}\right) \div \frac{1}{x^2-9x-10}, \qquad x \neq 0,\ x \neq -1 \text{ και } x \neq 10$$

(α) Να δείξετε ότι: $\mathrm{K} = x+2$ και $\Lambda = x+1$. (10 μονάδες)

(β) Να λύσετε την εξίσωση: $x\mathrm{K} - 2\Lambda = 7$. (5 μονάδες)

Λύση:

(α) **Α΄ τρόπος:**

1 1 0,5 για απλοποιήσεις

$$K = \frac{\frac{x^2-20}{x}-8}{1-\frac{10}{x}} = \frac{\frac{x^2-20-8x}{x}}{\frac{x-10}{x}} = \frac{\frac{(x-10)(x+2)}{x}}{\frac{x-10}{x}} = \frac{\cancel{x}\cancel{(x-10)}(x+2)}{\cancel{x}\cancel{(x-10)}} = x+2$$

0,5

1 1 η μετατροπή σε απλό κλάσμα

Β΄ τρόπος:

1 1

$$K = \frac{\frac{x^2-20}{x}-8}{1-\frac{10}{x}} = \left(\frac{x^2-20}{x}-8\right) \div \left(1-\frac{10}{x}\right) = \left(\frac{x^2-20-8x}{x}\right) \div \left(\frac{x-10}{x}\right) =$$

0,5 για απλοποιήσεις

$$\frac{\cancel{(x-10)}(x+2)}{\cancel{x}} \cdot \frac{\cancel{x}}{\cancel{x-10}} = x+2$$

0,5

1 0,5 0,5

$$\Lambda = \left(\frac{1}{x}+\frac{10}{x^2-10x}\right) \div \frac{1}{x^2-9x-10} = \left[\frac{1}{x}+\frac{10}{x(x-10)}\right] \div \frac{1}{(x-10)(x+1)}$$

1 1

$$\frac{x-\cancel{10}+\cancel{10}}{x(x-10)} \cdot \frac{(x-10)(x+1)}{1} = \frac{\cancel{x}}{\cancel{x}\cancel{(x-10)}} \cdot \frac{\cancel{(x-10)}(x+1)}{1} = x+1$$

0,5

1 0,5 0,5 για αντιστροφή 0,5 για απλοποιήσεις

0,5 0,5

(β) $xK - 2\Lambda = 7 \Leftrightarrow x \cdot (x+2) - 2(x+1) = 7$

0,5 0,5 0,5 0,5

$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 2x - 2 - 7 = 0$

0,5 0,5

$\Leftrightarrow x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow (x-3)(x+3) = 0$

0,5 0,5

$\Leftrightarrow x = 3$ Δεκτή ή $x = -3$ Δεκτή

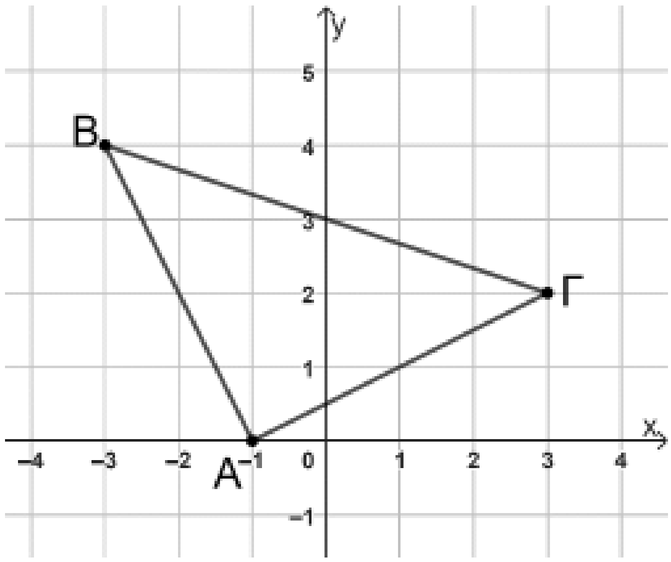
Β3. (α) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $\mathrm{ΑΒΓ}$ $(\mathrm{ΑΒ} = \mathrm{ΑΓ})$ όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα.

(i) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $\mathrm{ΑΒΓ}$ είναι ορθογώνιο. (4 μονάδες)

(ii) Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες του μέσου $\mathrm{Μ}$ της πλευράς $\mathrm{ΒΓ}$. (3 μονάδες)

(iii) Αν $\mathrm{Μ}(0,3)$, να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ε) που περνά από το σημείο $\mathrm{Μ}$ και είναι παράλληλη με την πλευρά $\mathrm{ΑΓ}$. (3 μονάδες)

(iv) Να αποδείξετε ότι $\mathrm{ΒΓ} = 2\sqrt{10}$ μονάδες. (2 μονάδες)



(β) Να εξετάσετε αν το πιο πάνω τρίγωνο $\mathrm{ΑΒΓ}$ $(\widehat{\mathrm{Α}} = 90°)$ είναι ίσο με ορθογώνιο ισοσκελές τρίγωνο $\mathrm{ΔΕΖ}$, με $\widehat{\mathrm{Ε}} = 90°$ και $\mathrm{ΔΖ} = \mathrm{ΒΓ} = 2\sqrt{10}$. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

(3 μονάδες)

Λύση:

(α) **(i)** $A(-1,0)$ $B(-3,4)$ $\Gamma(3,2)$ 1

<u>Διευκρίνιση</u>: Αφαιρείται 0,5 μονάδα για κάθε λάθος σημείο. Δεν αφαιρείται πέραν της 1 μονάδας.

0,5

$$\lambda_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{4-0}{-3+1} = \frac{4}{-2} = -2$$ 0,5

0,5

$$\lambda_{A\Gamma} = \frac{y_\Gamma - y_A}{x_\Gamma - x_A} = \frac{2-0}{3+1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$ 0,5

0,5 0,5

$\lambda_{AB} \cdot \lambda_{A\Gamma} = (-2) \cdot \frac{1}{2} = -1 \Leftrightarrow \mathrm{ΑΒ} \perp \mathrm{ΑΓ}$ ή $(\widehat{\mathrm{Α}} = 90°)$. Άρα το τρίγωνο $\mathrm{ΑΒΓ}$ είναι ορθογώνιο τρίγωνο.

0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5

(ii) $x_M = \frac{x_B + x_\Gamma}{2} = \frac{-3+3}{2} = 0$ και $y_M = \frac{y_B + y_\Gamma}{2} = \frac{4+2}{2} = 3$

0,5

(iii) Έστω ε: $y = \alpha x + \beta$ η ευθεία που είναι παράλληλη με την $A\Gamma$

0,5

$$\left.\begin{array}{l} \mathrm{M}(0,3) \Leftrightarrow \beta = 3 \text{ (το β μπορεί να βρεθεί και με αντικατάσταση)} \\ A\Gamma \parallel \varepsilon \Leftrightarrow \lambda_{A\Gamma} = \lambda_\varepsilon \Leftrightarrow \lambda_\varepsilon = \frac{1}{2} \end{array}\right\}$$

1

$$\varepsilon: y = \alpha x + \beta \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}x + 3$$

1

(iv) $B(-3,4)\ \kappa\alpha\iota\ \Gamma(3,2)$

0,5 0,5 0,5 0,5

$$(B\Gamma) = \sqrt{(x_\Gamma - x_B)^2 + (y_\Gamma - y_B)^2} = \sqrt{(2-4)^2 + (3+3)^2} = \sqrt{2^2 + 6^2} = 2\sqrt{10}\ \mu\text{ονάδες}$$

(β) **Α΄ τρόπος:**

Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΕΔΖ τα όποια έχουν:

0,5

(i) $\hat{A} = \hat{E} = 90°$ (τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΕΖ είναι ορθογώνια) (Ο)

0,5

(ii) $\Delta Z = B\Gamma = 2\sqrt{10}$ μονάδες (δεδομένο) (Π)

0,5 0,5

(iii) $\hat{B} = \hat{\Delta} = 45°$ ή $\hat{\Gamma} = \hat{Z} = 45°$ (Γ)
(άθροισμα γωνιών τριγώνου, $AB\Gamma\ \kappa\alpha\iota\ \Delta EZ$ ισοσκελή τρίγωνα)

0,5

$$\Rightarrow \overset{\triangle}{AB\Gamma} = \overset{\triangle}{E\Delta Z}$$

$$(\Pi - \Gamma - O)$$

0,5 το κριτήριο να δοθεί λεκτικά ή/και συμβολικά

Άρα, τα ορθογώνια τρίγωνα ΑΒΓ και ΕΔΖ είναι **<u>ίσα</u>** γιατί η <u>υποτείνουσα και η μία οξεία γωνία του ενός τριγώνου είναι **αντίστοιχα** ίσες</u> με την υποτείνουσα και την αντίστοιχη οξεία γωνία του άλλου τριγώνου.

Β΄ τρόπος:

Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΕΖΔ τα όποια έχουν:

0,5 0,5

(i) $\hat{B}=\hat{Z}=45°$ (άθροισμα γωνιών ισοσκελών τριγώνων) (Γ)

0,5

(ii) $\hat{\Gamma}=\hat{\Delta}=45°$ (άθροισμα γωνιών ισοσκελών τριγώνων) (Γ)

0,5

(iii) $\Delta Z=\mathrm{B\Gamma}=2\sqrt{10}$ μονάδες (δεδομένο) (Π)

0,5

$\Rightarrow \overset{\triangle}{\mathrm{AB\Gamma}}=\overset{\triangle}{\mathrm{EZ\Delta}}$ $(\Gamma-\Pi-\Gamma)$

0,5 το κριτήριο να δοθεί λεκτικά ή/και συμβολικά

Άρα, τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΕΖΔ είναι **<u>ίσα</u>** γιατί έχουν μια ίση πλευρά και τις προσκείμενες σε αυτή γωνίες σε κάθε τρίγωνο αντίστοιχα ίσες.