

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ ΣΧΟΛΙΚΗΣ ΧΡΟΝΙΑΣ 2024-2025

ΟΔΗΓΟΣ ΔΙΟΡΘΩΣΗΣ – Α' ΣΕΙΡΑ

- Μικρότερη κλασματική μονάδα βαθμολόγησης είναι το 0,5.
- Στον πίνακα των βαθμολογιών να περάσετε βαθμούς από την ερώτηση 1 μέχρι και την ερώτηση 9 στην πρώτη στήλη.

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε και τις έξι (6) ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

A1 Να κάνετε τις πράξεις: (α) $(x - 3)^2 =$ (β) $(\alpha + 4\beta)(\alpha - 4\beta) =$ Λύση (α) $(x - 3)^2 = x^2 - 2 \cdot 3 \cdot x + 3^2$ $= x^2 - 6x + 9$ (β) $(\alpha + 4\beta)(\alpha - 4\beta) = \alpha^2 - (4\beta)^2$ $= \alpha^2 - 16\beta^2$	(α) 3μον.(Εφαρμογή ταυτότητας, 1μον. για κάθε όρο) 2μον.(Αποτέλεσμα) (β) 3μον.(Εφαρμογή ταυτότητας, 1,5μον. για κάθε όρο) 2μον.(Αποτέλεσμα)
A2 Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις: (α) $2x^2 + 6x =$ (β) $25 - y^2 =$ (γ) $9a^2 - 6a + 1 =$ Λύση (α) $2x^2 + 6x = 2x(x + 3)$ (β) $25 - y^2 = (5 - y)(5 + y)$ (γ) $9a^2 - 6a + 1 = (3a - 1)^2$	(4, 3, 3 μον.) (α) 2μον.(Κοινός παράγοντας) 2μον.(Ορθοί όροι στην παρένθεση) (β) 3μον.(1,5μον. ο κάθε παράγοντας - παρένθεση) (γ) 3μον.(2μον ορθοί όροι στην παρένθεση, 1μον. ο εκθέτης)

A3 Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις: (α) $\frac{4\alpha\beta^3}{6\alpha^4\beta^2} =$ (β) $\frac{x^2-9}{x^3+27} =$ Λύση (α) $\frac{4\alpha\beta^3}{6\alpha^4\beta^2} = \frac{2\beta}{3\alpha^3}$ (β) $\frac{x^2-9}{x^3+27} = \frac{x^2-3^2}{x^3+3^3} = \frac{(x-3)(x+3)}{(x+3)(x^2-3x+3^2)} = \frac{x-3}{x^2-3x+9}$	(4 , 6μον.) (α) 1μον.(Απλοποίηση αριθμητικών συντελεστών) 1,5μον.(Απλοποίηση του α) 1,5μον.(Απλοποίηση του β) (β) 2μον.(Παραγοντοποίηση αριθμητή) 3μον.(Παραγοντοποίηση παρονομαστή) 1μον.(Αποτέλεσμα)
A4 Να λύσετε το σύστημα των εξισώσεων: $\begin{aligned} 3x + 5y &= 4 \\ 2x - 3y &= 9 \end{aligned}$ Λύση $\begin{array}{rcl} 3x + 5y = 4 & \cdot 3 & \Rightarrow 9x + 15y = 12 \\ 2x - 3y = 9 & \cdot 5 & \Rightarrow 10x - 15y = 45 \\ \hline & & 19x = 57 \Rightarrow x = 3 \end{array}$ $\Rightarrow 2 \cdot 3 - 3y = 9 \Rightarrow 6 - 9 = 3y \Rightarrow y = -1$ Επομένως η λύση του συστήματος είναι: $(3, -1)$	2μον.(1μον. για κάθε ορθό συντελεστή πολλαπλασιασμού της κάθε εξίσωσης) 3μον.(1,5μον. ορθή έκφραση της κάθε εξίσωσης μετά τον πολλαπλασιασμό με τον συντελεστή) 1μον.(Ορθή έκφραση του αθροίσματος) 1μον.(Εύρεση της τιμής του x) 1μον.(Αντικατάσταση της τιμής του x σε μια από τις δύο εξισώσεις) 2μον.(Εύρεση της τιμής του y) Σημείωση: Αν το σύστημα λυθεί με αντικατάσταση να δοθούν 7 μονάδες για την εύρεση του πρώτου αγνώστου και 3 μονάδες για τον δεύτερο άγνωστο.
A5 Να αποδείξετε ότι η πιο κάτω παράσταση A είναι σταθερή. $A = \frac{10x^2 - 40x + 30}{x^3 - 6x^2 + 9x} \div \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{x-3} \right)$ Λύση $A = \frac{10(x^2 - 4x + 3)}{x(x^2 - 6x + 9)} \div \left[\frac{x-3+2x}{x(x-3)} \right]$	2μον.(Παραγοντοποίηση σε αριθμητή και παρονομαστή του πρώτου κλάσματος) 2μον.(Ομώνυμα στο δεύτερο κλάσμα και άθροισμα)

$$= \frac{10(x-3)(x-1)}{x(x-3)^2} \div \left[\frac{3(x-1)}{x(x-3)} \right]$$

$$= \frac{10(x-3)(x-1)}{x(x-3)^2} \cdot \frac{x(x-3)}{3(x-1)}$$

$$= \frac{10}{3}$$

Άρα η παράσταση A είναι σταθερή.

4μον.(2μον.
παραγοντοποίηση του
τριωνύμου, 1μον. το τέλειο
τετράγωνο στο πρώτο
κλάσμα. 1μον.
παραγοντοποίηση του
αριθμητή στο δεύτερο κλάσμα)
1μον.(Αντιστροφή του
δευτέρου κλάσματος και
πολλαπλασιασμός)
1μον.(Κατάληξη σε αριθμητικό
αποτέλεσμα)

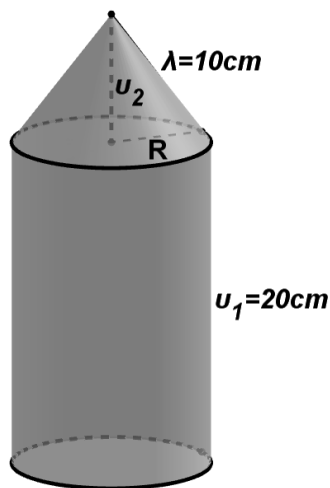
A6 Το πιο κάτω στερεό κατασκευάστηκε ενώνοντας ένα κώνο στο πάνω μέρος ενός κυλίνδρου. Το ύψος του κυλίνδρου (v_1) είναι 20 cm . Η γενέτειρα (λ) του κώνου έχει μήκος 10 cm και το ύψος του (v_2) είναι κατά 2 cm μεγαλύτερο από την ακτίνα της βάσης του. Ο κώνος και ο κύλινδρος έχουν την ίδια ακτίνα βάσης R .

(α) Να αποδείξετε ότι $R = 6\text{ cm}$.

(β) Να υπολογίσετε τον συνολικό όγκο του στερεού (η απάντησή σας να δοθεί συναρτήσει του π).

(γ) Το στερεό θα βαφεί εξωτερικά με υλικό που κοστίζει $\text{€ } 0,1/\text{cm}^2$. Να υπολογίσετε το κόστος της βαφής του στερεού.

(το π να αντικατασταθεί με $3,14$)



Λύση

(α) Θέτω $R = x$ και $v_2 = x + 2$

$$\text{Π.Θ.} \therefore \lambda^2 = v_2^2 + R^2$$

$$\Rightarrow 10^2 = (x + 2)^2 + x^2$$

(3, 3, 4μον.)

(α)

0,5μον.(Εύρεση σχέσης που
συνδέει τις μεταβλητές R και
 v_2)

0,5μον.(Εξίσωση που
προκύπτει από το Π.Θ.)

$$\Rightarrow 100 = x^2 + 4x + 4 + x^2$$

$$\Rightarrow 100 = 2x^2 + 4x + 4$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 4x - 96 = 0$$

$$\Rightarrow 2(x^2 + 2x - 48) = 0$$

$$\Rightarrow 2(x - 6)(x + 8) = 0$$

$$\Rightarrow x = 6 \text{ δεκτή, } x = -8 \text{ απορρίπτεται}$$

$$\Rightarrow R = 6 \text{ cm}$$

$$(\beta) V_{\text{κυλίνδρου}} = \pi R^2 v_1 = \pi \cdot 6^2 \cdot 20 = 720\pi \text{ cm}^3$$

$$v_2 = 6 + 2 = 8 \text{ cm}$$

$$V_{\text{κώνου}} = \frac{\pi R^2 v_2}{3} = \frac{\pi \cdot 6^2 \cdot 8}{3} = 96\pi \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{στερεού}} = 720\pi + 96\pi = 816\pi \text{ cm}^3$$

$$(\gamma) E_{\text{κυρτής κώνου}} = \pi R \lambda$$

$$\Rightarrow E_{\text{κυρτής κώνου}} = \pi \cdot 6 \cdot 10 = 60\pi \text{ cm}^2$$

$$E_{\text{κυρτής κυλίνδρου}} = 2\pi R v_1$$

$$\Rightarrow E_{\text{κυρτής κυλίνδρου}} = 2 \cdot \pi \cdot 6 \cdot 20 = 240\pi \text{ cm}^2$$

$$E_{\text{βάσης κυλίνδρου}} = \pi R^2$$

$$\Rightarrow E_{\text{βάσης κυλίνδρου}} = \pi \cdot 6^2 = 36\pi \text{ cm}^2$$

$$E_{\text{στερεού}} = 60\pi + 240\pi + 36\pi = 336\pi \text{ cm}^2$$

$$\text{Κόστος Βαφής: } 336 \cdot 3,14 \cdot 0,1 = \text{€}105,50$$

0,5μον. (Πράξεις και μεταφορά της εξίσωσης στην μορφή $ax^2 + bx + c = 0$)

1μον. (Εύρεση των δύο λύσεων της εξίσωσης)

0,5μον. (Εύρεση του R)

(β)

1μον. (Υπολογισμός του όγκου του κυλίνδρου (αν γράψει μόνο τον τύπο 0,5μον.))

0,5μον. (Υπολογισμός του ύψους του κώνου)

1μον. (Υπολογισμός του όγκου του κώνου (αν γράψει μόνο τον τύπο 0,5μον.))

0,5μον. (Αποτέλεσμα)

(γ)

0,5μον. (Αναγραφή του τύπου της κυρτής επιφάνειας κώνου)

0,5μον. (Υπολογισμός της κυρτής επιφάνειας του κώνου)

0,5μον. (Αναγραφή του τύπου της κυρτής επιφάνειας κυλίνδρου)

0,5μον. (Υπολογισμός της κυρτής επιφάνειας του κυλίνδρου)

0,5μον. (Αναγραφή του τύπου του εμβαδού της βάσης του κυλίνδρου)

0,5μον. (Υπολογισμός του εμβαδού βάσης του κυλίνδρου)

0,5μον. (Υπολογισμός του εμβαδού ολικής επιφάνειας του στερεού)

0,5μον. (Αποτέλεσμα)

Σημείωση: Αν δεν γραφούν οι τύποι και γίνουν ορθές αντικαταστάσεις να μην αφαιρεθούν οι αντίστοιχες μονάδες.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις τρεις (3) ασκήσεις.

Η άσκηση B1 βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες και οι ασκήσεις B2 και B3 με δεκαπέντε (15) μονάδες η κάθε μία.

B1 Να λύσετε τις εξισώσεις: (α) $3x^2 - 13x - 10 = 0$ (β) $\frac{x-4}{x+2} + \frac{1}{x-1} = \frac{3}{x^2+x-2}$ Λύση (α) $x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\gamma}}{2\alpha}$ $= \frac{-(-13) \pm \sqrt{(-13)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-10)}}{2 \cdot 3}$ $= \frac{13 \pm \sqrt{169 + 120}}{6} = \frac{13 \pm \sqrt{289}}{6} = \frac{13 \pm 17}{6}$ $x_1 = \frac{13+17}{6} = \frac{30}{6} = 5, \quad x_2 = \frac{13-17}{6} = -\frac{4}{6} = -\frac{2}{3}$ (β) $\frac{x-4}{x+2} + \frac{1}{x-1} = \frac{3}{(x+2)(x-1)}$ $E.K.Π = (x+2)(x-1)$ $x \neq -2, \quad x \neq 1$ $(x-4)(x-1) + (x+2) = 3$ $x^2 - x - 4x + 4 + x + 2 = 3$ $x^2 - 4x + 3 = 0$ $(x-3)(x-1) = 0$ $x = 3 \qquad \qquad \qquad x = 1$ Δεκτή Απορρίπτεται	(4, 6μον.) (α) 1μον.(Ορθή αναγραφή του τύπου) Σημείωση: Αν δεν γραφεί ο τύπος και γίνουν ορθές αντικαταστάσεις να μην αφαιρεθεί η μονάδα. 1μον.(Ορθή αντικατάσταση) 1μον.(Ορθές πράξεις) 1μον.(Αποτέλεσμα) (β) 0,5μον.(Παραγοντοποίηση παρονομαστή β' μέλους) 1μον.(Περιορισμοί) Σημείωση: Αν δεν γραφούν οι περιορισμοί και στο τέλος απορριφθεί η μια λύση της εξίσωσης να δοθεί η μονάδα 1μον.(Εξίσωση των αριθμητών) 1μον.(Απαλοιφή παρενθέσεων) 1μον.(Αναγωγή όμοιων όρων και σχηματισμός της εξίσωσης στη μορφή $ax^2 + bx + \gamma = 0$) 1μον.(Εύρεση των δύο λύσεων με παραγοντοποίηση ή με τον τύπο) 0,5μον.(Απόρριψη της μιας λύσης της εξίσωσης)
---	---

B2 Δίνονται τα σημεία $A(-4, -1)$, $B(-2, -2)$, $\Gamma(0, 2)$ και $\Delta(-2, 3)$.

- (α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο.
- (β) Ο Κώστας ισχυρίζεται ότι το $AB\Gamma\Delta$ είναι ρόμβος ενώ η Μαρία ισχυρίζεται ότι είναι ορθογώνιο. Να εξετάσετε τον ισχυρισμό του καθενός δικαιολογώντας πλήρως την απάντησή σας.
- (γ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο A και είναι παράλληλη με την ευθεία $y + 2x = 7$.

Λύση

(α) Α' Τρόπος (Κριτήριο ίσων απέναντι πλευρών)

$$(AB) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = \sqrt{(-4 + 2)^2 + (-1 + 2)^2} \\ = \sqrt{4 + 1} = \sqrt{5}$$

$$(B\Gamma) = \sqrt{(-2 - 0)^2 + (-2 - 2)^2} = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20}$$

$$(\Gamma\Delta) = \sqrt{(0 + 2)^2 + (2 - 3)^2} = \sqrt{4 + 1} = \sqrt{5}$$

$$(A\Delta) = \sqrt{(-4 + 2)^2 + (-1 - 3)^2} = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20}$$

$$\left. \begin{matrix} (AB) = (\Gamma\Delta) \\ (B\Gamma) = (A\Delta) \end{matrix} \right\} \Rightarrow AB\Gamma\Delta \text{ παραλληλόγραμμο}$$

ή

Το $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο διότι έχει τις απέναντι του πλευρές ίσες.

Β' Τρόπος (Κριτήριο παράλληλων απέναντι πλευρών)

$$\lambda_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 + 1}{-2 + 4} = -\frac{1}{2}$$

$$\lambda_{B\Gamma} = \frac{2 + 2}{0 + 2} = 2$$

$$\lambda_{\Gamma\Delta} = \frac{3 - 2}{-2 - 0} = -\frac{1}{2}$$

$$\lambda_{A\Delta} = \frac{3 + 1}{-2 + 4} = 2$$

$$\left. \begin{matrix} \lambda_{AB} = \lambda_{\Gamma\Delta} \Rightarrow AB \parallel \Gamma\Delta \\ \lambda_{B\Gamma} = \lambda_{A\Delta} \Rightarrow B\Gamma \parallel A\Delta \end{matrix} \right\} \Rightarrow AB\Gamma\Delta \text{ παραλληλόγραμμο}$$

(5, 6, 4μον.)

(α)

Α' Τρόπος

1μον. (Ορθή αναγραφή και εφαρμογή του τύπου απόστασης δύο σημείων).

2μον. (Υπολογισμός του μήκους των πλευρών του # (0,5μον. για κάθε ορθό μήκος))

2μον. (Αναφορά στο κριτήριο # που χρησιμοποιήθηκε για την εξαγωγή του συμπεράσματος)

Σημείωση: Αν δεν γραφεί ο τύπος της απόστασης δύο σημείων αλλά γίνουν ορθές αντικαταστάσεις να μην αφαιρεθούν οι αντίστοιχες μονάδες.

Β' Τρόπος

1μον. (Ορθή αναγραφή και εφαρμογή του τύπου της κλίσης ευθείας που περνά από δύο σημεία)

2μον. (Υπολογισμός των κλίσεων των πλευρών του # (0,5μον. για κάθε ορθή κλίση))

2μον. (Αναφορά στο κριτήριο # που χρησιμοποιήθηκε για την εξαγωγή του συμπεράσματος)

ή

Το $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο διότι έχει τις απέναντι του πλευρές παράλληλες.

Γ' Τρόπος (Κριτήριο δυο ίσων και παράλληλων πλευρών)

$$(AB) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = \sqrt{(-4 + 2)^2 + (-1 + 2)^2} \\ = \sqrt{4 + 1} = \sqrt{5}$$

$$(\Gamma\Delta) = \sqrt{(0 + 2)^2 + (2 - 3)^2} = \sqrt{4 + 1} = \sqrt{5}$$

$$\lambda_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 + 1}{-2 + 4} = -\frac{1}{2}$$

$$\lambda_{\Gamma\Delta} = \frac{3 - 2}{-2 - 0} = -\frac{1}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} \lambda_{AB} = \lambda_{\Gamma\Delta} \Rightarrow AB \parallel \Gamma\Delta \\ (AB) = (\Gamma\Delta) \end{array} \right\} \Rightarrow AB\Gamma\Delta \text{ παραλληλόγραμμο}$$

ή

Το $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο διότι έχει ένα ζεύγος πλευρών που είναι παράλληλες και ίσες.

(β)

$$\lambda_{AB} = \frac{-2 + 1}{-2 + 4} = -\frac{1}{2}$$

$$\lambda_{A\Delta} = \frac{3 + 1}{-2 + 4} = 2$$

$$\lambda_{AB} \cdot \lambda_{A\Delta} = -1 \Rightarrow \angle A = 90^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} \angle A = 90^\circ \\ AB\Gamma\Delta \text{ Παραλληλόγραμμο} \end{array} \right\} \Rightarrow AB\Gamma\Delta \text{ ορθογώνιο}$$

ή

Το $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο διότι είναι παραλληλόγραμμο και έχει μια ορθή γωνία.

$$(AB) = \sqrt{(-4 + 2)^2 + (-1 + 2)^2} = \sqrt{4 + 1} = \sqrt{5}$$

$$(B\Gamma) = \sqrt{(-2 - 0)^2 + (-2 - 2)^2} = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20}$$

Σημείωση: Αν δεν γραφεί ο τύπος της κλίσης ευθείας αλλά γίνουν ορθές αντικαταστάσεις να μην αφαιρεθούν οι αντίστοιχες μονάδες.

Γ' Τρόπος

0,5μον.(Ορθή αναγραφή και εφαρμογή του τύπου της απόστασης δύο σημείων)

1μον.(Υπολογισμός του μήκους των πλευρών AB και ΓΔ ή αντίστοιχα των ΒΓ και ΑΔ (0,5μον. για κάθε ορθό μήκος))

0,5μον.(Ορθή αναγραφή και εφαρμογή του τύπου της κλίσης ευθείας που περνά από δύο σημεία)

1μον.(Υπολογισμός των κλίσεων των πλευρών AB και ΓΔ) (0,5μον. για κάθε ορθή κλίση)

2μον.(Αναφορά στο κριτήριο # που χρησιμοποιήθηκε για την εξαγωγή του συμπεράσματος)

Σημείωση: Αν δεν γραφούν οι τύποι είτε της απόστασης δύο σημείων ή της κλίσης ευθείας αλλά γίνουν ορθές αντικαταστάσεις να μην αφαιρεθούν οι αντίστοιχες μονάδες.

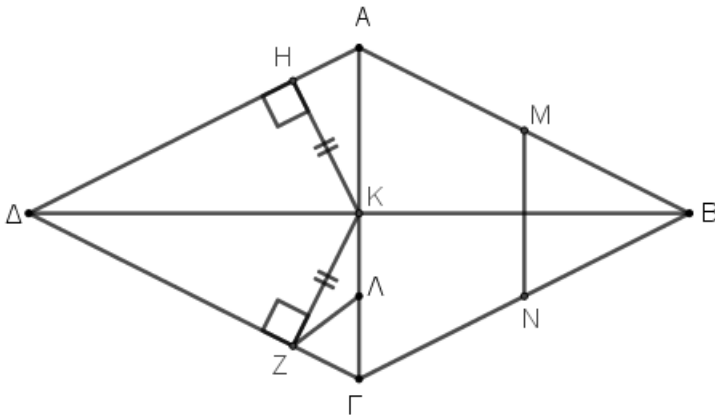
(β)

1μον.(Υπολογισμός των κλίσεων των πλευρών AB και ΑΔ)

1μον.(Αναφορά για το ότι ισχύει η συνθήκη καθετότητας $\lambda_1 \cdot \lambda_2 = -1$)

1,5μον.(Αναφορά στο κριτήριο ορθογώνιων που χρησιμοποιήθηκε για να αποδείξει ότι το $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο)

1μον.(Υπολογισμός δύο διαδοχικών πλευρών)

Το $ABΓΔ$ δεν είναι ρόμβος διότι δύο πλευρές του δεν ισούνται. Άρα δίκαιο έχει μόνο η Μαρία. (Υ) $y + 2x = 7 \Rightarrow y = -2x + 7 \Rightarrow \lambda = -2$ $y = -2x + \beta$ $-1 = -2(-4) + \beta$ $-1 = 8 + \beta \Rightarrow \beta = -9$ $y = -2x - 9$	1,5μον.(Επεξήγηση γιατί το τετράπλευρο δεν είναι ρόμβος) (Υ) 1μον.(Υπολογισμός της κλίσης της ευθείας $y + 2x = 7$) 0,5μον.(Αντικατάσταση της κλίσης στην ζητούμενη ευθεία) 0,5μον.(Αντικατάσταση των συντεταγμένων του σημείου A στην εξίσωση της ευθείας) 1μον.(Υπολογισμός της σταθεράς β στην εξίσωση της ευθείας) 1μον.(Αποτέλεσμα)
B3 Στο πιο κάτω σχήμα το $ABΓΔ$ είναι παραλληλόγραμμο. Το κέντρο K του παραλληλογράμμου ισαπέχει από τις πλευρές $ΑΔ$ και $ΓΔ$. (α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $ΔΗΚ$ και $ΔΖΚ$ είναι ίσα. (β) Να αποδείξετε ότι το $ABΓΔ$ είναι ρόμβος. (γ) Αν M, N και $Λ$ είναι τα μέσα των AB, $ΒΓ$ και $ΚΓ$ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι $(MN) = 2(ZΛ)$.  Λύση (α) Συγκρίνω τα τρίγωνα $ΔΗΚ$ και $ΔΖΚ$ $\left. \begin{array}{l} (1) \quad HK = ZK \text{ (Δεδομένο)} \\ (2) \quad \angle ΔΗΚ = \angle ΔΖΚ = 90^\circ \\ (3) \quad ΔΚ \text{ Κοινή πλευρά} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ΔΗΚ = \triangle ΔΖΚ \text{ (Π - Π - Ο)}$	(6, 4, 5μον.) (α) 3μον.(Εύρεση των αντίστοιχων κύριων στοιχείων των τριγώνων που ισούνται) 1,5μον.(Αιτιολογίες για την ισότητα των αντίστοιχων ίσων στοιχείων) 1,5μον.(Αναφορά στο κριτήριο που χρησιμοποιήθηκε για την ισότητα των τριγώνων)

(β)

$$\angle H\Delta K = \angle Z\Delta K \text{ (αντίστοιχα στοιχεία ίσα)}$$

$$\left. \begin{array}{l} AB\Gamma\Delta \text{ Παραλληλόγραμμο} \\ \angle H\Delta K = \angle Z\Delta K \end{array} \right\} \Rightarrow AB\Gamma\Delta \text{ ρόμβος}$$

ή

Το $AB\Gamma\Delta$ είναι ρόμβος διότι είναι παραλληλόγραμμο και μια διαγώνιος του διχοτομεί μια γωνία του.

(γ) Στο τρίγωνο $KZ\Gamma$ η $Z\Lambda$ είναι διάμεσος ορθογωνίου τριγώνου, άρα:

$$(Z\Lambda) = \frac{(K\Gamma)}{2} \quad (1)$$

Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ έχουμε:

$$\left. \begin{array}{l} M \text{ μέσο της } AB \\ N \text{ μέσο της } B\Gamma \end{array} \right\} \Rightarrow (MN) = \frac{(A\Gamma)}{2} \quad (2)$$

$$\frac{(A\Gamma)}{2} = (K\Gamma) \quad (3)$$

Από τις (2) και (3) προκύπτει:

$$(MN) = (K\Gamma) \quad (4)$$

Από τις (1) και (4) προκύπτει:

$$(MN) = 2(Z\Lambda)$$

(β)

1μον.(Αναφορά ότι οι γωνίες $\angle H\Delta K$ και $\angle Z\Delta K$ ισούνται)

1μον.(Δικαιολογία για το ότι οι γωνίες $\angle H\Delta K$ και $\angle Z\Delta K$ ισούνται)

2μον.(Αναφορά στο κριτήριο που χρησιμοποιήθηκε για να αποδείξει ότι το $AB\Gamma\Delta$ είναι ρόμβος)

(γ)

0,5μον.(Αναφορά ότι το $Z\Lambda$ είναι διάμεσος του ορθογωνίου τριγώνου $KZ\Gamma$)

1μον.(Εύρεση της σχέσης που συνδέει τα τμήματα $Z\Lambda$ και $K\Gamma$)

1μον.(Αναφορά ότι τα σημεία M και N είναι μέσα πλευρών του τριγώνου $AB\Gamma$)

1μον.(Εύρεση της σχέσης που συνδέει τα τμήματα MN και $A\Gamma$)

0,5μον.(Εύρεση της σχέσης που συνδέει τα τμήματα $K\Gamma$ και $A\Gamma$)

0,5μον.(Εύρεση της σχέσης που συνδέει τα τμήματα MN και $K\Gamma$)

0,5μον.(Αναφορά ότι από τις σχέσεις 1 και 4 προκύπτει το ζητούμενο)