

Αρ. Ταυτότητας: Αρ. Μητρώου:

ΕΠΩΝΥΜΟ:

ΟΝΟΜΑ:

ΟΝΟΜΑ ΠΑΤΕΡΑ:

Σχολείο: Τμήμα:

ΓΙΑ ΥΠΗΡΕΣΙΑΚΗ ΧΡΗΣΗ

ΚΩΔΙΚΟΣ ΣΧΟΛΕΙΟΥ

Οδηγίες: Τα πιο πάνω στοιχεία του/της μαθητή/τριας να γραφούν αυστηρά εντός του πλαισίου.

ΕΝΙΑΙΕΣ ΓΡΑΠΤΕΣ ΤΕΛΙΚΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ
ΚΑΙ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΓΥΜΝΑΣΙΩΝ

ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ 2023-2024

Τάξη: Γ '

Κωδικός Μαθήματος: 2Γ

Μάθημα: Μαθηματικά

Ημερομηνία: 03/06/2024

ΑΝΑΒΑΘΜΟΛΟΓΗΤΗΣ/ ΑΝΑΒΑΘΜΟΛΟΓΗΤΡΙΑ 1:			
Ερωτ.	Βαθμός	Ερωτ.	Βαθμός
1		11	
2		12	
3		13	
4		14	
5		15	
6		16	
7		17	
8		18	
9		19	
10		20	
Συνολική Βαθμ.:			
Βαθμολογία στην κλίμακα 1-20:			

ΑΝΑΒΑΘΜΟΛΟΓΗΤΗΣ/ ΑΝΑΒΑΘΜΟΛΟΓΗΤΡΙΑ 2:			
Ερωτ.	Βαθμός	Ερωτ.	Βαθμός
1		11	
2		12	
3		13	
4		14	
5		15	
6		16	
7		17	
8		18	
9		19	
10		20	
Συνολική Βαθμ.:			
Βαθμολογία στην κλίμακα 1-20:			

ΒΑΘΜΟΛΟΓΗΤΗΣ/ ΒΑΘΜΟΛΟΓΗΤΡΙΑ:			
Ερωτ.	Βαθμός	Ερωτ.	Βαθμός
1		11	
2		12	
3		13	
4		14	
5		15	
6		16	
7		17	
8		18	
9		19	
10		20	
Συνολική Βαθμ.:			
Βαθμολογία στην κλίμακα 1-20:			

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΕΝΙΑΙΕΣ ΤΕΛΙΚΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΓΡΑΠΤΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2023-24

Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΔΕΥΤΕΡΑ 03 ΙΟΥΝΙΟΥ 2024

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Α΄ ΣΕΙΡΑ

ΚΩΔΙΚΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ: 2Γ

ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΓΡΑΠΤΗΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ: 90 ΛΕΠΤΑ

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΔΩΔΕΚΑ (12) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζομένους)

1. Στο εξώφυλλο του εξεταστικού δοκιμίου να συμπληρώσετε όλα τα κενά με τα στοιχεία που ζητούνται.
2. **Να απαντήσετε όλα τα θέματα** στο εξεταστικό δοκίμιο.
3. Να μη γράψετε πουθενά στις απαντήσεις σας το όνομά σας.
4. Να απαντήσετε στο εξεταστικό δοκίμιο σε όλα τα θέματα **μόνο με μπλε πένα ανεξίτηλης μελάνης**. Μολύβι επιτρέπεται μόνο για σχήματα, πίνακες και διαγράμματα.
5. Η τελευταία λευκή σελίδα μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως πρόχειρο ή ως συμπληρωματικός χώρος απαντήσεων.
6. Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή διορθωτικής ταινίας.
7. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
8. Στη λύση των ασκήσεων να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.

ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΚΑΘΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΜΕΡΟΣ Α΄: Αποτελείται από 6 ασκήσεις και βαθμολογείται με 60 μονάδες.

Να λύσετε και τις 6 ασκήσεις.

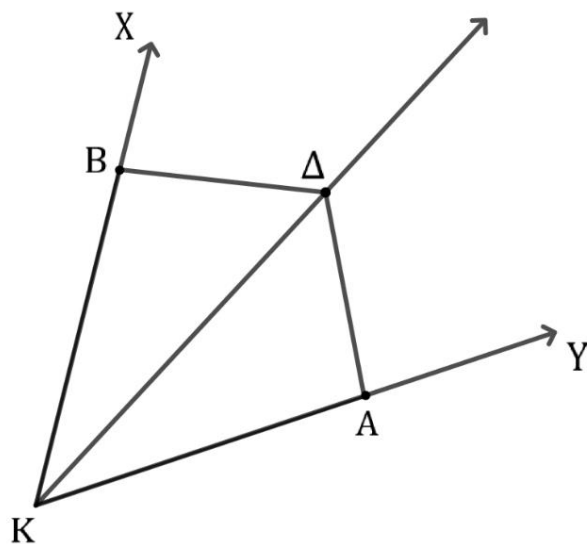
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

A1. Να αντιστοιχίσετε κάθε μία παράσταση της στήλης Α, με την αντίστοιχη ορθή απάντηση της στήλης Β. Στη συνέχεια, να συμπληρώσετε τις απαντήσεις σας στον Πίνακα 1 που ακολουθεί.

Στήλη Α	Στήλη Β
(α) $x^2 - 1$	(i) $(x - 1)^2$
(β) $x^2 - x$	(ii) Δεν παραγοντοποιείται
(γ) $x^2 - 4x + 3$	(iii) $(x + 3)(x - 1)$
(δ) $x^2 + 1$	(iv) $x(x - 1)$
(ε) $x^2 - 2x + 1$	(v) $(x - 3)(x - 1)$
	(vi) $(x - 1)(x + 1)$
	(vii) $(x - 3)(x + 1)$

ΠΙΝΑΚΑΣ 1				
(α)	(β)	(γ)	(δ)	(ε)

A2. Στο πιο κάτω σχήμα, η $K\Delta$ είναι η διχοτόμος της γωνίας $\widehat{XKY}$ και A, B σημεία των ημιευθειών KY και KX αντίστοιχα, έτσι ώστε $KA = KB$. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $BK\Delta$ και ΔKA είναι ίσα.



A3. (α) Να χαρακτηρίσετε με ΟΡΘΟ ή ΛΑΘΟΣ τις πιο κάτω προτάσεις, βάζοντας σε κύκλο την ορθή απάντηση.

(i) Το ζεύγος $(x, y) = (-2, 10)$ είναι η λύση του συστήματος: $\begin{aligned} x + y &= -8 \\ 2x - y &= 2 \end{aligned}$	ΟΡΘΟ / ΛΑΘΟΣ
(ii) Οι ευθείες $\varepsilon_1: 5x + y = 3$ και $\varepsilon_2: 10x + 2y = 6$ ταυτίζονται.	ΟΡΘΟ / ΛΑΘΟΣ
(iii) Αν οι κλίσεις δύο ευθειών είναι ίσες, τότε οι ευθείες τέμνονται.	ΟΡΘΟ / ΛΑΘΟΣ
(iv) Οι ευθείες $\varepsilon_3: y = x + 4$ και $\varepsilon_4: y = -x - 2$ είναι κάθετες μεταξύ τους.	ΟΡΘΟ / ΛΑΘΟΣ
(v) Η ευθεία $\varepsilon_5: y = (\alpha + 2)x + 4$ είναι παράλληλη με την ευθεία $\varepsilon_6: y = 5x - 2$, αν $\alpha = 3$.	ΟΡΘΟ / ΛΑΘΟΣ

(5 μονάδες)

(β) Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{aligned} x + y &= -8 \\ 2x - y &= 2 \end{aligned}$$

(5 μονάδες)

A4. Δίνονται οι παραστάσεις: $A = (5x - y)^2 - (5x + 2)(5x - 2) - 29$ και $B = 6xy - 20x$.

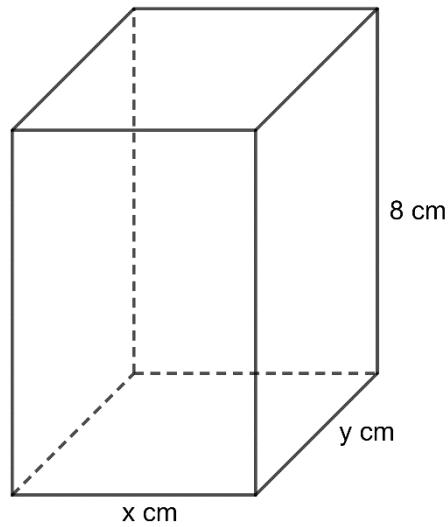
(α) Να δείξετε ότι: $A = y^2 - 10xy - 25$. (5 μονάδες)

(β) Να βρείτε την παράσταση: $A + B$ (2 μονάδες)

(γ) Να παραγοντοποιήσετε την παράσταση: $A + B$ (3 μονάδες)

A5. Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{15}{x^2+3x-4} - \frac{2x+1}{1-x} = \frac{x+1}{x+4}$

A6. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με διαστάσεις βάσης $x \text{ cm}$, $y \text{ cm}$ και ύψος $u = 8 \text{ cm}$.



(α) Να υπολογίσετε το εμβαδόν της βάσης του, αν ο όγκος του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου είναι $V = 120 \text{ cm}^3$. (5 μονάδες)

(β) Να δείξετε ότι $x + y = 8$, αν η περίμετρος της βάσης του είναι 16 cm . (2 μονάδες)

(γ) Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης $x^2 + y^2$, με τη χρήση ταυτότητας. (3 μονάδες)

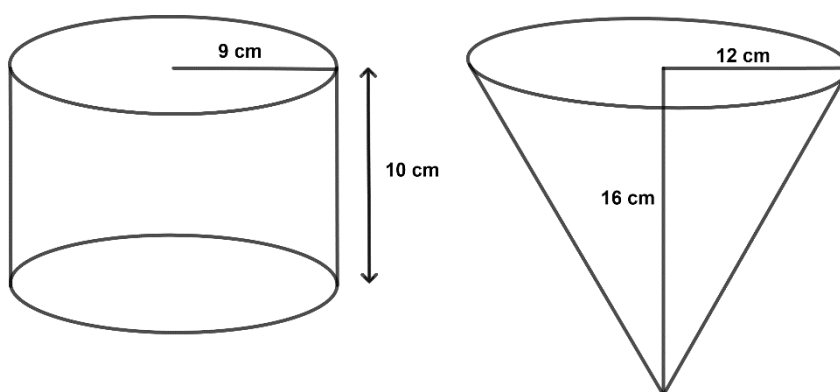
ΜΕΡΟΣ Β΄: Αποτελείται από 3 ασκήσεις και βαθμολογείται με 40 μονάδες.

Να λύσετε και τις 3 ασκήσεις.

Δυο ασκήσεις βαθμολογούνται με 15 μονάδες η κάθε μία και μία άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

B1. Σε μια παγωταρία πωλούνται δύο διαφορετικές συσκευασίες παγωτού. Η μία είναι σε σχήμα κυλίνδρου, με ακτίνα βάσης 9 cm και ύψος 10 cm και η άλλη είναι σε σχήμα κώνου, με ακτίνα βάσης 12 cm και ύψος 16 cm , όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα.

Αν καλυφθεί πλήρως η κυρτή επιφάνεια του κυλίνδρου και του κώνου με χάρτινη ετικέτα, αμελητέου πάχους, να εξετάσετε σε ποια συσκευασία θα χρησιμοποιηθεί το λιγότερο χαρτί. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. (10 μονάδες)



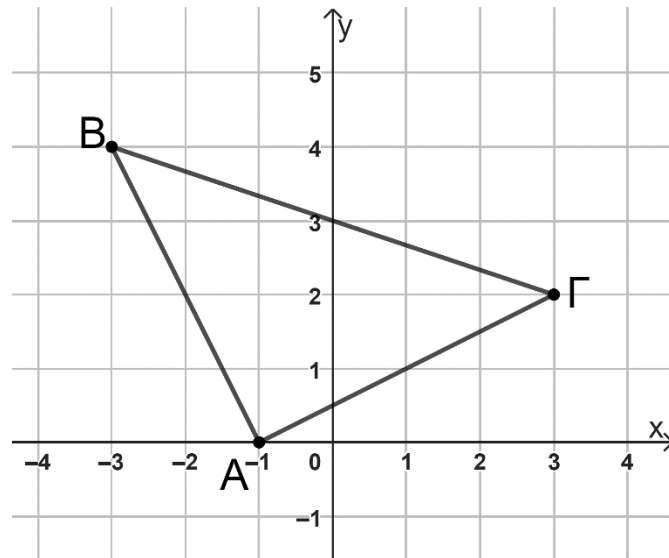
B2. Δίνονται οι παραστάσεις:

$$K = \frac{\frac{x^2 - 20}{x} - 8}{1 - \frac{10}{x}} \text{ και } \Lambda = \left(\frac{1}{x} + \frac{10}{x^2 - 10x} \right) \div \frac{1}{x^2 - 9x - 10}, \quad x \neq 0, x \neq -1 \text{ και } x \neq 10$$

(α) Να δείξετε ότι: $K = x + 2$ και $\Lambda = x + 1$ (10 μονάδες)

(β) Να λύσετε την εξίσωση: $xK - 2\Lambda = 7$ (5 μονάδες)

B3. (α) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα.



(i) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.

(4 μονάδες)

(ii) Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες του μέσου M της πλευράς $B\Gamma$.

(3 μονάδες)

(iii) Αν $M(0,3)$, να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ε) που περνά από το σημείο M και είναι παράλληλη με την πλευρά $ΑΓ$. (3 μονάδες)

(iv) Να αποδείξετε ότι $BΓ = 2\sqrt{10}$ μονάδες. (2 μονάδες)

(β) Να εξετάσετε αν το πιο πάνω τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) είναι ίσο με ορθογώνιο ισοσκελές τρίγωνο ΔEZ , με $\hat{E} = 90^\circ$ και $\Delta Z = B\Gamma = 2\sqrt{10}$. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. (3 μονάδες)

ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ