

**ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ**

**ΕΝΙΑΙΑ ΓΡΑΠΤΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ Β΄ ΤΕΤΡΑΜΗΝΟΥ 2022-23
Α΄ ΤΑΞΗΣ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ
31 ΜΑΪΟΥ 2023
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (Α΄ ΣΕΙΡΑ)**

ΚΩΔΙΚΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ: 2Α

**ΟΔΗΓΟΣ ΔΙΟΡΘΩΣΗΣ
ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ**

ΟΔΗΓΙΑ: ΚΑΜΙΑ ΥΠΟΔΙΑΙΡΕΣΗ ΜΟΝΑΔΩΝ

ΜΕΡΟΣ Α: Αποτελείται από 6 ασκήσεις και βαθμολογείται με 60 μονάδες.
 Να λύσετε και τις 6 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

A1. Να κάνετε τις πιο κάτω πράξεις:

(10 Μονάδες)

(α) $(+6) + (+5) = +11$

(β) $(-14) - (+3) = -17$

(γ) $(-4) \cdot (-6) = +24$

(δ) $(-24) \div 8 = -3$

(ε) $|-1| - |-5 + 2| = |-1| - |-3| = +1 - 3 = -2$

Τα υποερωτήματα είναι ισοδύναμα. Δίνονται 2 μονάδες για το κάθε ένα. Σε περίπτωση που ο/η μαθητής/τρια δώσει αποτέλεσμα τον αντίθετο αριθμό παίρνει 1 μονάδα.

Σε περίπτωση που δοθεί σωστά μόνο το αποτέλεσμα στο (ε), δίνεται **μόνο** μια μονάδα.

1μ

1μ

A2. Δίνονται οι αριθμοί: $1, +\frac{7}{2}, -4, 2, -1\frac{1}{4}$.

(α) Να κατασκευάσετε αριθμητική γραμμή και να τοποθετήσετε σ' αυτή τους πιο πάνω αριθμούς: (2 Μονάδες)



(β) Από τους πιο πάνω αριθμούς, να επιλέξετε και να γράψετε πιο κάτω τους:

(8 Μονάδες)

Φυσικούς: $1, 2$

Ακέραιους: $-4, 1, 2$

Ρητούς: $-4, -1\frac{1}{4}, 1, 2, +\frac{7}{2}$

Αρνητικούς: $-4, -1\frac{1}{4}$

Όλα τα υποερωτήματα της άσκησης A2 παίρνουν από 2 μονάδες και διορθώνονται ως Ορθό/Λάθος. Οι αντίστοιχες μονάδες δίνονται μόνο όταν ο/η μαθητής/τρια κατέγραψε ορθά όλους τους αριθμούς. Σε διαφορετική περίπτωση δεν δίνεται καμιά μονάδα.

A3. Να συμπληρώσετε τον πιο κάτω πίνακα:

(10 Μονάδες)

Ρητός αριθμός	+5	-2	-4	$-1\frac{1}{3}$ ή $-\frac{4}{3}$	$ -0,5 $
Αντίθετος	-5	+2	+4	$1\frac{1}{3}$	-0,5
Αντίστροφος	$\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{3}{4}$	$\frac{1}{0,5} = 2$

Δίνεται 1 μονάδα για κάθε απάντηση. Η άσκηση διορθώνεται ως ορθό / λάθος.

A4. Αν $\kappa > 0$, $\lambda < 0$ και $\mu > 0$, να συμπληρώσετε τα κενά με το κατάλληλο σύμβολο $<$, $=$, $>$, ώστε οι σχέσεις που θα προκύψουν να είναι αληθείς: (10 Μονάδες)

(α) $ -3 = +3$	(β) $\mu \div \mu > 0$
(γ) $ \lambda > 0$	(δ) $-9 < 0$
(ε) $-\frac{1}{2} > -\frac{3}{4}$	(στ) $ -4 + 7 > -4 \div 4$
(ζ) $\left(-\frac{3}{4}\right)\left(+\frac{4}{3}\right) = 10 \cdot \left(-\frac{1}{10}\right)$	(η) $(-1)^{2023} < (+1)^{2023}$
(θ) $\mu \cdot \kappa \cdot \lambda < 0$	(ι) $\kappa \cdot \lambda > 0$

Δίνεται 1 μονάδα για κάθε απάντηση. Η άσκηση διορθώνεται ως ορθό / λάθος.

A5. Να επιλύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:

(10 Μονάδες)

(α) $12 + x = 19$

$\Leftrightarrow x = -12 + 19$

$\Leftrightarrow x = 7$

1,5μ

1μ

(β) $\frac{\alpha}{7} = \frac{11}{7}$

$\Leftrightarrow \alpha = 11$

2,5μ

(γ) $10 - \omega = 5$

$\Leftrightarrow -\omega = 5 - 10$

$\Leftrightarrow -\omega = -5$

$\Leftrightarrow \omega = 5$

1μ

0,5μ

1μ

(δ) $2(\beta + 1) = 7\beta - 13$

$\Leftrightarrow 2\beta + 2 = 7\beta - 13$

$\Leftrightarrow 2\beta - 7\beta = -13 - 2$

$\Leftrightarrow -5\beta = -15$

$\Leftrightarrow \frac{-5\beta}{-5} = \frac{-15}{-5}$

$\Leftrightarrow \beta = 3$

0,5μ

0,5μ

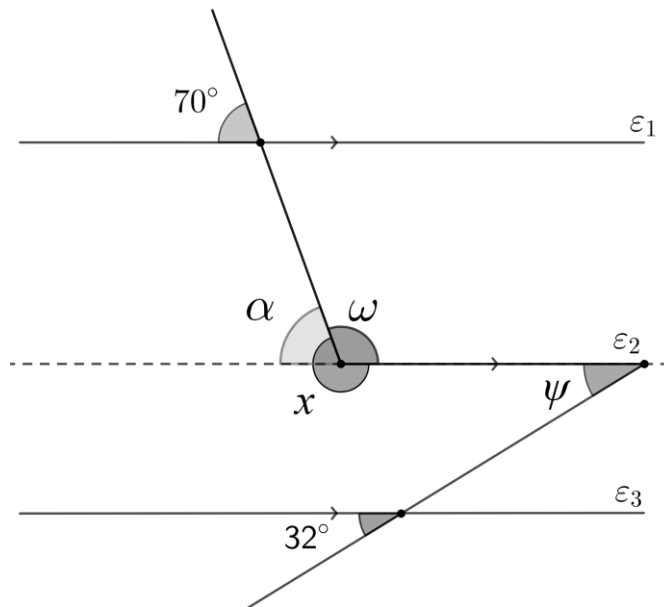
0,5μ

0,5μ

0,5μ

A6. (α) Στο πιο κάτω σχήμα οι ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ και ε_3 είναι παράλληλες ($\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \parallel \varepsilon_3$). Να υπολογίσετε τις γωνίες x , ψ και ω . Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας.

(2/2/3 Μονάδες)



A' Τρόπος:

$\hat{\psi} = 32^\circ$ (εντός – εκτός και επί τα αυτά)

1μ

1μ

Δίνονται δύο μονάδες για την γωνιά $\hat{x}$, δύο μονάδες για την γωνιά $\hat{\psi}$ και τρεις μονάδες για την γωνιά $\hat{\omega}$. (Η βαθμολόγηση της βοηθητικής γωνιάς συμπεριλαμβάνεται στις μονάδες που δίνονται για την $\hat{\omega}$.)

Για τον υπολογισμό των γωνιών $\hat{x}$ και $\hat{\omega}$ φέρουμε την βοηθητική γωνιά $\hat{\alpha}$.

$\hat{\alpha} = 70^\circ$ (εντός – εκτός και επί τα αυτά)

0,5μ

0,5μ

0,5μ

Έχουμε:

$$\omega + \alpha = 180$$

(παραπληρωματικές)

0,5μ

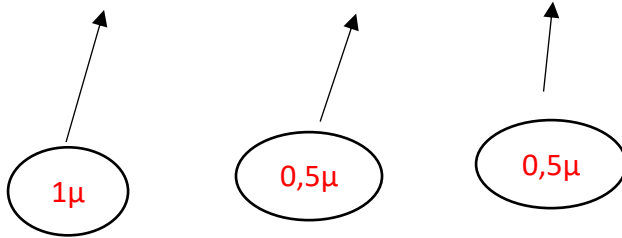
$$\Leftrightarrow \omega = 180 - 70$$

0,5μ

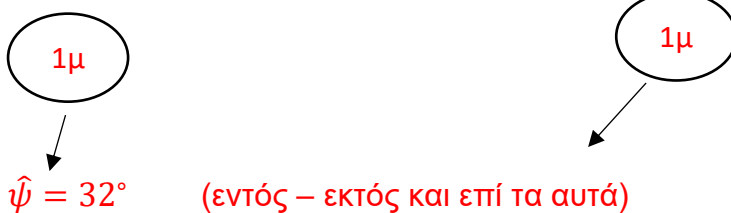
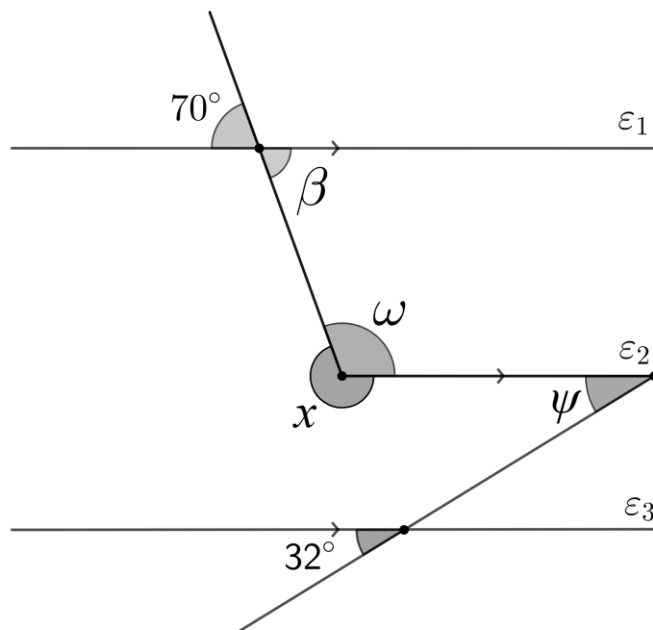
$$\Leftrightarrow \hat{\omega} = 110^\circ$$

0,5μ

$$x = \alpha + 180 \Leftrightarrow x = 70 + 180 \Leftrightarrow \hat{x} = 250^\circ$$



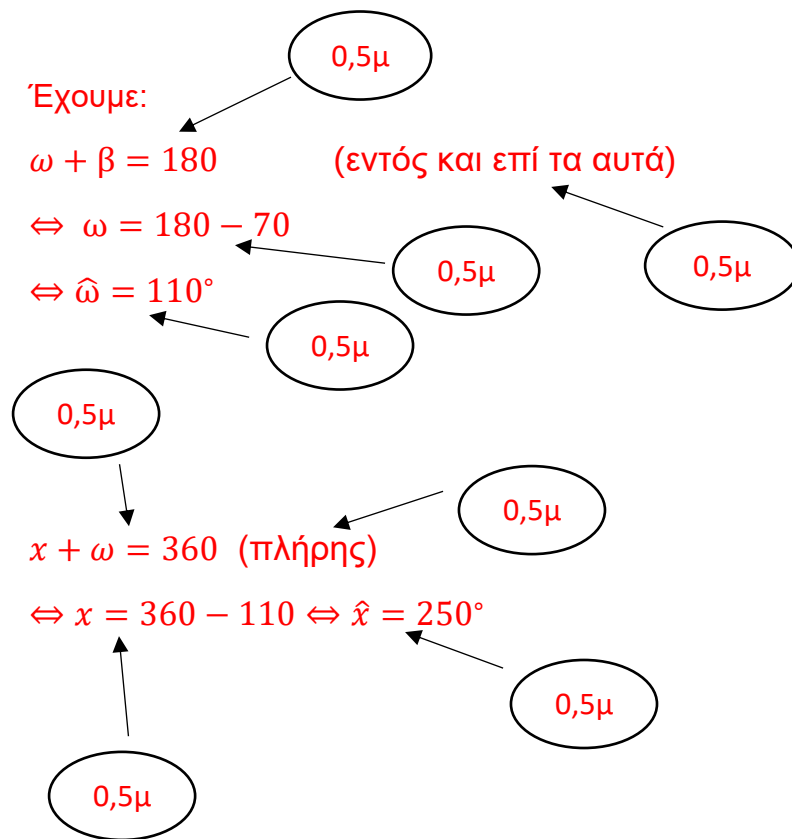
Β' Τρόπος:



Για τον υπολογισμό των γωνιών $\hat{x}$ και $\hat{\omega}$ φέρουμε τη βοηθητική γωνιά $\hat{\beta}$.

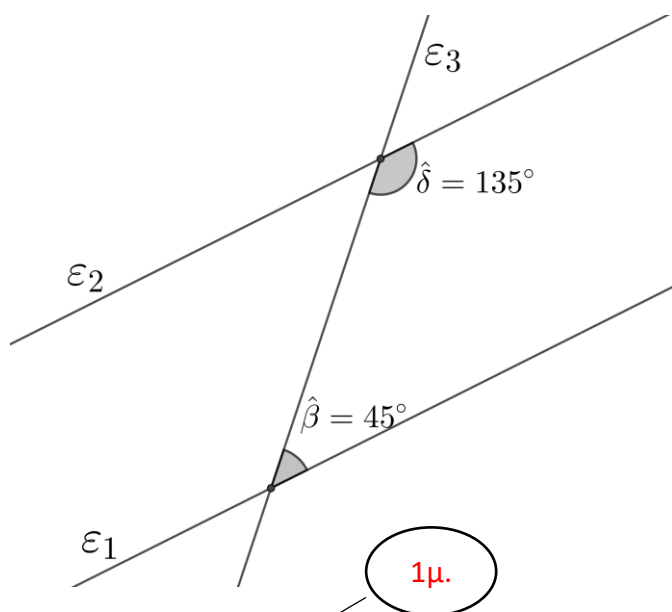
$$\hat{\beta} = 70^\circ \quad (\text{κατακορυφήν})$$





(β) Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται οι ευθείες ε_1 , ε_2 και ε_3 και οι γωνίες $\hat{\beta} = 45^\circ$, $\hat{\delta} = 135^\circ$. Να κυκλώσετε την ορθή απάντηση στην ακόλουθη ερώτηση και να εξηγήσετε την απάντησή σας.

Ερώτηση: Είναι οι ευθείες ε_1 και ε_2 παράλληλες;



Απάντηση: ☒ ΝΑΙ / ☐ ΟΧΙ

(1 Μονάδα)

Επεξήγηση: Οι ευθείες ε_1 και ε_2 που τέμνονται από την τρίτη ευθεία ε_3 σχηματίζουν τις «εντός και επί τα αυτά» γωνίες παραπληρωματικές αφού $\hat{\beta} + \hat{\delta} = 180^\circ$. Άρα οι δύο ευθείες είναι παράλληλες. (2 Μονάδες)

ΣΗΜΕΙΩΣΗ: Δίνονται δύο μονάδες για την επεξήγηση. Να μην αφαιρεθούν μονάδες, σε περίπτωση που ο/η μαθητής/τρια δεν γράψει «Άρα οι δύο ευθείες είναι παράλληλες.»

ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Α. ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Β.

ΜΕΡΟΣ Β: Αποτελείται από 3 ασκήσεις και βαθμολογείται με 40 μονάδες.

Να λύσετε και τις 3 ασκήσεις.

Δύο ασκήσεις βαθμολογούνται με 15 μονάδες η κάθε μία και μία άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

Β1. Να επιλύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:

$$(α) \frac{\omega}{4} - \frac{\omega}{8} = \frac{5}{8}$$

0,5μ

(2 Μονάδες)

$$\Leftrightarrow \frac{2\omega}{8} - \frac{\omega}{8} = \frac{5}{8}$$

Ε.Κ.Π.(4,8)=8

0,5μ

$$\Leftrightarrow \frac{\omega}{8} = \frac{5}{8}$$

0,5μ

$$\Leftrightarrow \omega = 5$$

0,5μ

$$(β) \frac{\beta}{2} + \frac{3\beta}{7} = 1 + \beta$$

(3 Μονάδες)

$$\Leftrightarrow \frac{7\beta}{14} + \frac{6\beta}{14} = \frac{14}{14} + \frac{14\beta}{14}$$

0,5μ

Ε.Κ.Π.(1,2,7)=14

$$\Leftrightarrow 7\beta + 6\beta = 14 + 14\beta$$

0,5μ

$$\Leftrightarrow 7\beta + 6\beta - 14\beta = 14$$

0,5μ

$$\Leftrightarrow -\beta = 14$$

0,5μ

$$\Leftrightarrow \beta = -14$$

0,5μ

0,5μ

(γ) $\frac{(x+1)}{3} - \frac{(3x-6)}{5} = 1$ (5 Μονάδες)

$\Leftrightarrow \frac{5(x+1)}{15} - \frac{3(3x-6)}{15} = \frac{15}{15}$ Ε.Κ.Π.(1,3,5)=15

$\Leftrightarrow 5(x+1) - 3(3x-6) = 15$

$\Leftrightarrow 5x + 5 - 9x + 18 = 15$

$\Leftrightarrow -4x + 23 = 15$

$\Leftrightarrow -4x = 15 - 23$

$\Leftrightarrow -4x = -8$

$\Leftrightarrow \frac{-4x}{-4} = \frac{-8}{-4}$

$\Leftrightarrow x = 2$

0,5μ

0,5μ

0,5μ

0,5μ

0,5μ

0,5μ

0,5μ

1μ

B2. (α) Αν $\alpha = 7$ και $\beta = 8$ να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης:
(7 Μονάδες)

$$\Gamma = (-1)^\alpha + (-1)^{\beta+\alpha} + (-1)^{2\alpha} + (-1)^{2\beta}$$

$$\Leftrightarrow \Gamma = (-1)^7 + (-1)^{8+7} + (-1)^{2 \cdot 7} + (-1)^{2 \cdot 8}$$

$$\Leftrightarrow \Gamma = (-1)^7 + (-1)^{15} + (-1)^{14} + (-1)^{16}$$

$$\Leftrightarrow \Gamma = (-1) + (-1) + (+1) + (+1)$$

$$\Leftrightarrow \Gamma = 0$$

1μ

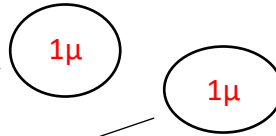
Δίνονται 2 μονάδες για κάθε γραμμή (0,5 μονάδα για κάθε όρο της γραμμής)

(β) Αν $x = -(2 - 10)$ και $\psi = (-2)^2(4 - 6)$ να υπολογίσετε:

(i) να υπολογίσετε:

- τον αριθμό x

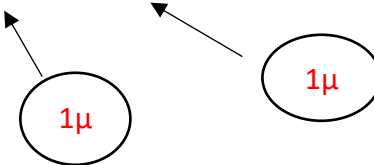
$$x = -(2 - 10) = -(-8) = +8$$



(2 Μονάδες)

- τον αριθμό ψ

$$\psi = (-2)^2(4 - 6) = (+4)(-2) = -8$$



(2 Μονάδες)

- την τιμή της παράστασης $x + \psi$

$$x + \psi = +8 + (-8) = 0$$

(2 Μονάδες)

ΣΗΜΕΙΩΣΗ: Δίνονται δύο μονάδες για την ορθή απάντηση. Σε περίπτωση που υπολογίστηκαν λανθασμένα είτε το x είτε το ψ , δεν αφαιρούνται μονάδες αν η πράξη είναι ορθή.

(ii) Να βρείτε την σχέση μεταξύ των αριθμών x και ψ .

(2 Μονάδες)

Οι αριθμοί x και ψ είναι αντίθετοι αριθμοί.

ΣΗΜΕΙΩΣΗ: Δίνονται δύο μονάδες για την απάντηση. Δεν δίνονται μονάδες αν έχουν υπολογιστεί λανθασμένα είτε το x είτε το ψ .

B3. Τρία αδέρφια, ο Αντρέας, η Ελένη και ο Μιχάλης θέλουν να αγοράσουν ένα δώρο για τα γενέθλια της μητέρας τους. Το δώρο στοιχίζει €106. Συμφώνησαν ότι ο Αντρέας θα δώσει τα διπλάσια χρήματα από την Ελένη και ο Μιχάλης θα δώσει €20 λιγότερα από τα τριπλάσια χρήματα που θα δώσει η Ελένη. Να βρείτε πόσα χρήματα πρέπει να δώσει ο καθένας για το δώρο ακολουθώντας τα πιο κάτω βήματα.

(α) Να συμπληρωθεί ο πιο κάτω πίνακας:

(5 Μονάδες)

Περιγραφή	Αλγεβρική παράσταση
Τα χρήματα της Ελένης	x
Τα χρήματα του Αντρέα	$2x$ ← 2,5μ
Τα χρήματα του Μιχάλη	$3x - 20$ ← 2,5μ

(β) Να γράψετε την εξίσωση του προβλήματος και να την λύσετε.

(7 Μονάδες)

$$\begin{aligned}
 & \text{1μ} \rightarrow x + 2x + 3x - 20 = 106 \leftarrow \text{2μ} \\
 & \Leftrightarrow 6x - 20 = 106 \\
 & \Leftrightarrow 6x = 106 + 20 \leftarrow \text{1μ} \\
 & \Leftrightarrow 6x = 126 \\
 & \Leftrightarrow \frac{6x}{6} = \frac{126}{6} \leftarrow \text{1μ} \\
 & \Leftrightarrow x = 21 \leftarrow \text{1μ}
 \end{aligned}$$

(γ) Απάντηση:

0,5μ

0,5μ

(3 Μονάδες)

$$2x = 2 \cdot 21 = 42, \quad 3x - 20 = 3 \cdot 21 - 20 = 63 - 20 = 43$$

1μ → Η Ελένη θα δώσει €21, ο Αντρέας €42 και ο Μιχάλης €43.

0,5μ

ΣΗΜΕΙΩΣΗ: Δίνεται μια μονάδα για την απάντηση. Στην περίπτωση που δοθούν μόνο οι ορθές απαντήσεις χωρίς τους υπολογισμούς, δίνονται όλες οι μονάδες.