

**ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ**

**ΕΝΙΑΙΑ ΓΡΑΠΤΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ Α΄ ΤΕΤΡΑΜΗΝΟΥ 2022-23
Α΄ ΤΑΞΗΣ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ
ΔΕΥΤΕΡΑ 23 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2023
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (Α΄ ΣΕΙΡΑ)
ΚΩΔΙΚΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ: 2Α**

ΟΔΗΓΟΣ ΔΙΟΡΘΩΣΗΣ

ΟΔΗΓΙΑ: ΚΑΜΙΑ ΥΠΟΔΙΑΙΡΕΣΗ ΜΟΝΑΔΩΝ

ΜΕΡΟΣ Α: Αποτελείται από 6 ασκήσεις και βαθμολογείται με 60 μονάδες.
 Να λύσετε και τις 6 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

A1. Να αντιστοιχίσετε κάθε έννοια της στήλης Α με μόνο μια πρόταση της στήλης Β:

Στήλη Α	Στήλη Β
1. Κάθετες ευθείες	α) Το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος που ξεκινά από το σημείο και είναι κάθετο στην ευθεία .
2. Τέμνουσα κύκλου	β) Η ευθεία και ο κύκλος δεν έχουν κοινά σημεία.
3. Αμβλεία γωνία	γ) Δύο ευθείες που τέμνονται και σχηματίζουν μεταξύ τους ορθή γωνία.
4. Απόσταση σημείου από ευθεία	δ) Κάθε γωνία που είναι μεγαλύτερη από 0° και μικρότερη από 90° .
Ισόβαθμα ερωτήματα (2,5 μονάδες το κάθε ένα)	ε) Η ευθεία και ο κύκλος έχουν δύο κοινά σημεία. στ) Το μήκος οποιουδήποτε ευθύγραμμου τμήματος που είναι κάθετο σε δύο παράλληλες ευθείες και έχει τα άκρα του σε αυτές. ζ) Κάθε γωνία που είναι μεγαλύτερη από 90° και μικρότερη από 180° .

1. → γ) 2. → ε) 3. → ζ) 4. → α) (10 Μονάδες)

A2. Σε κάθε μια από τις πιο κάτω περιπτώσεις, σας δίνονται τέσσερις πιθανές απαντήσεις. Να κυκλώσετε την ορθή απάντηση. (Υπάρχει **μόνο μια** σωστή απάντηση). (10 Μονάδες)

(α) Ο αριθμός 483 διαιρείται με το:

A: 2 **B: 3** Γ: 6 Δ: 9

(β) Ο αριθμός 624 δεν διαιρείται με το:

A: 2 B: 3 Γ: 4 **Δ: 9**

(γ) Ο πιο κάτω αριθμός διαιρείται με το 2,3 και 5.

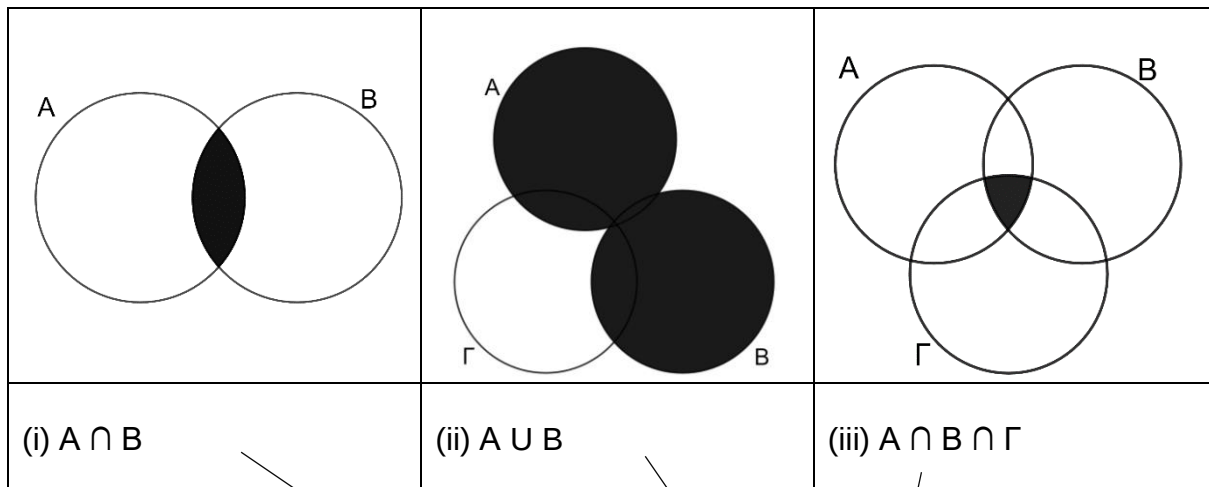
A: 405 B: 760 Γ: 1594 **Δ: 840**

(δ) Ο πιο κάτω αριθμός είναι πολλαπλάσιο του 3 και του 25 .

A: 405 B: 850 Γ: 1400 **Δ: 825**

Τα ερωτήματα
είναι ισόβαθμα
(2,5 μονάδες
το κάθε ένα)

A3. (α) Να χρησιμοποιήσετε το συμβολισμό των πράξεων των συνόλων, για να περιγράψετε το σκιασμένο μέρος κάθε διαγράμματος. (6 Μονάδες)



(β) Δίνονται τα σύνολα: $\Delta = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, $E = \{5,7,10\}$, $Z = \{0\}$. Να γράψετε με αναγραφή τα σύνολα: (4 Μονάδες)

Απαντήσεις:

(i) $\Delta \cap E = \{5,7\}$

(ii) $\Delta \cup Z = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

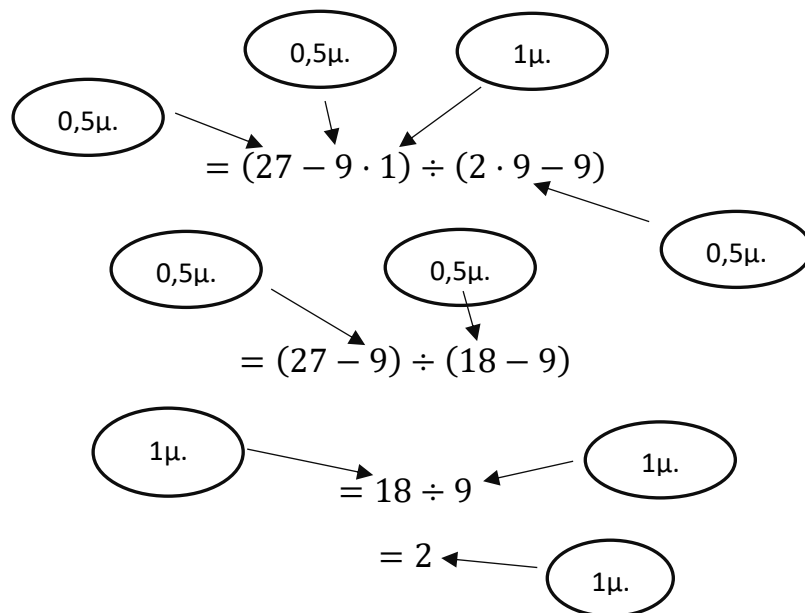
Τα ερωτήματα είναι
ισόβαθμα
(Από 2 μονάδες το κάθε ένα)

A4. Αν $\alpha = 3$ και $\beta = 9$ να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της αλγεβρικής παράστασης: (10 Μονάδες)

Λύση:

$$\begin{aligned}
 A &= [(\beta - 2\alpha)^3 - \alpha^2 \cdot 13^0] \div (2\alpha^2 - \beta) \\
 &= [(9 - 2 \cdot 3)^3 - 3^2 \cdot 13^0] \div (2 \cdot 3^2 - 9) \\
 &= (3^3 - 3^2 \cdot 13^0) \div (2 \cdot 3^2 - 9)
 \end{aligned}$$

0,5μ. 0,5μ. 0,5μ. 0,5μ. 0,5μ. 1μ.



A5. Ο Πέτρος παρατήρησε ότι όταν τοποθετεί τα αυτοκινητάκια του ανά 3, ανά 8 και ανά 12 δεν περισσεύει κανένα. Πόσα είναι τα αυτοκινητάκια του, αν γνωρίζουμε ότι το πλήθος τους είναι μεταξύ 60 και 75; (10 Μονάδες)

Λύση:

Αναλύουμε τους αριθμούς σε γινόμενο πρώτων παραγόντων:

$$\begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

$8 = 2^3$

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$12 = 2^2 \cdot 3$

$1\mu.$

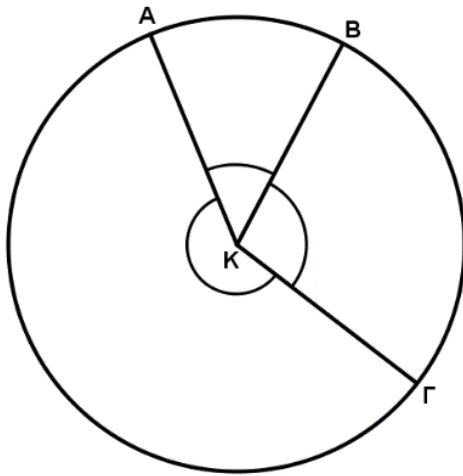
Υπολογίζουμε το Ε.Κ.Π[3,8,12] = $2^3 \cdot 3 = 8 \cdot 3 = 24$

Υπολογίζουμε τα μη μηδενικά πολλαπλάσια του 24 που είναι μικρότερα του 72.

$$P_{24} = \{24, 48, 72\} \quad (1 \text{ Μονάδα})$$

Απάντηση: Τα αυτοκινητάκια του Πέτρου είναι 72. (1 Μονάδα)

A6. Δίνεται κύκλος (K, KA) . Η γωνία $B\hat{K}\Gamma$ είναι διπλάσια της γωνίας $A\hat{K}B$ και η μη κυρτή γωνία $A\hat{K}\Gamma$ είναι κατά 10° μεγαλύτερη από το τετραπλάσιο της γωνίας $A\hat{K}B$. Να βρείτε με χρήση εξίσωσης:



(α) τις γωνίες $A\hat{K}B$, $B\hat{K}\Gamma$ και την μη κυρτή γωνία $A\hat{K}\Gamma$

(6 Μονάδες)

Λύση:

$$A\hat{K}B = x^\circ, \quad B\hat{K}\Gamma = 2x^\circ, \quad \text{μη κυρτή } A\hat{K}\Gamma = 4x^\circ + 10^\circ$$

Εξίσωση: $x + 2x + 4x + 10 = 360$

$$\Leftrightarrow 7x + 10 = 360$$

$$\Leftrightarrow 7x + 10 - 10 = 360 - 10$$

$$\Leftrightarrow 7x = 350$$

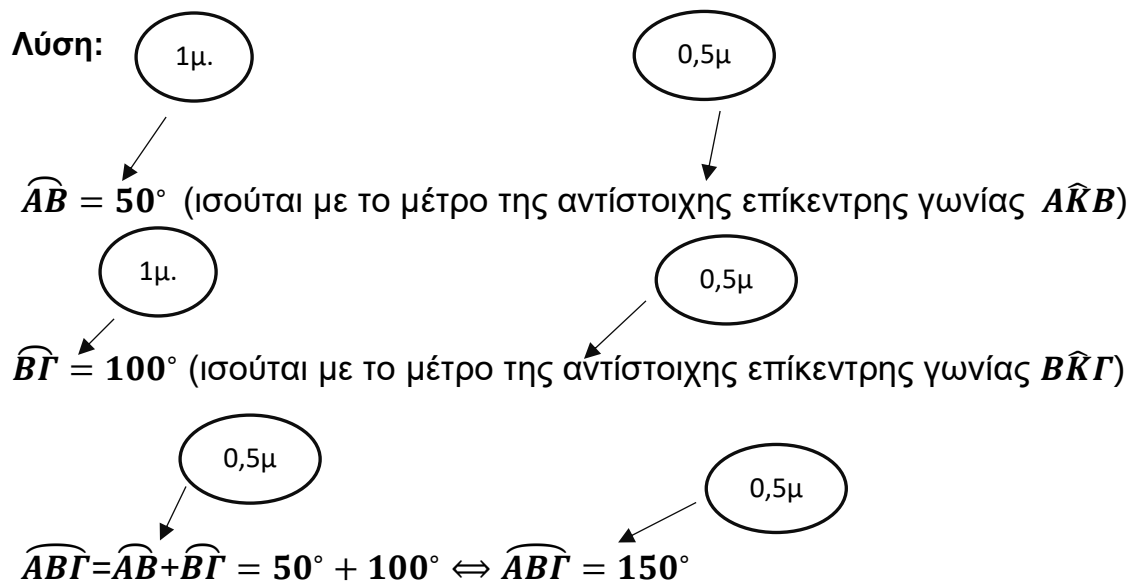
$$\Leftrightarrow 7x = 7 \cdot 50$$

$$\Leftrightarrow x = 50$$

$$A\hat{K}B = 50^\circ, \quad B\hat{K}\Gamma = 100^\circ, \quad \text{μη κυρτή } A\hat{K}\Gamma = 360^\circ - 150^\circ = 210^\circ$$

(β) το μέτρο του τόξου $\widehat{AB\Gamma}$, δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.

(4 Μονάδες)



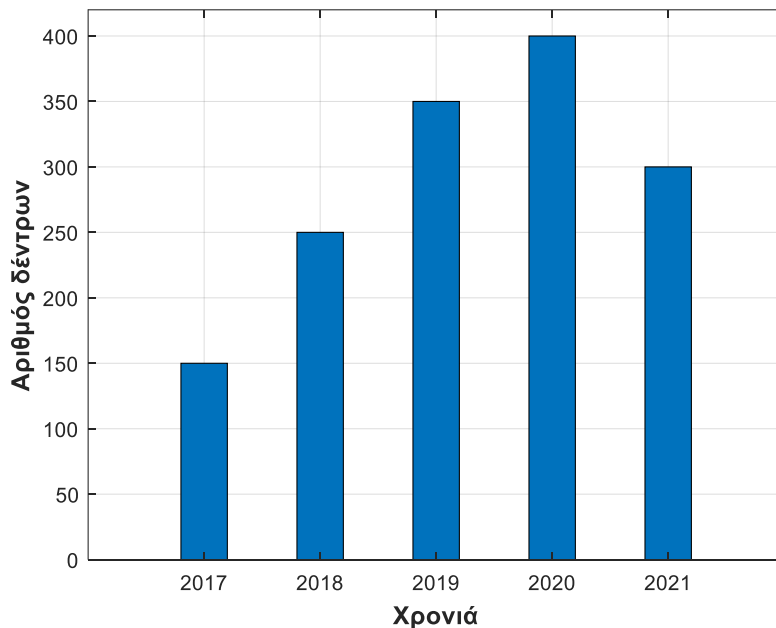
ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Α. ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Β

ΜΕΡΟΣ Β: Αποτελείται από 3 ασκήσεις και βαθμολογείται με 40 μονάδες.

Να λύσετε και τις 3 ασκήσεις.

Δύο ασκήσεις βαθμολογούνται με 15 μονάδες η κάθε μία και μία άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

Β1. Για πέντε συνεχόμενα χρόνια, οι μαθητές ενός σχολείου οργάνωναν δεντροφύτευση. Κατέγραψαν τον αριθμό των δέντρων που φύτεψαν και παρουσίασαν τα δεδομένα στο ακόλουθο ραβδόγραμμα:



(α) Να συμπληρώσετε τον πιο κάτω πίνακα συχνοτήτων.

(2,5 Μονάδες)

Οι γραμμές του πίνακα βαθμολογούνται ισοδύναμα. (0,5 μονάδες η κάθε μια)

Χρονιά	Αριθμός Δέντρων
2017	150
2018	250
2019	350
2020	400
2021	300

(β) Να βρείτε πόσα δέντρα συνολικά φύτεψαν οι μαθητές και τις πέντε χρονιές.

Απάντηση: 1450 δέντρα

(2,5 Μονάδες)

(γ) Πόσα δέντρα φύτεψαν οι μαθητές μετά το 2019;

(2 Μονάδες)

Απάντηση: 700

Τα ερωτήματα (β) και (γ) διορθώνονται ως ορθό/λάθος

(δ) Αν επιλέξουμε τυχαία ένα δέντρο, ποια είναι η πιθανότητα του ενδεχομένου:
 Α: Το δέντρο αυτό να φυτεύτηκε το 2020. (3 Μονάδες)

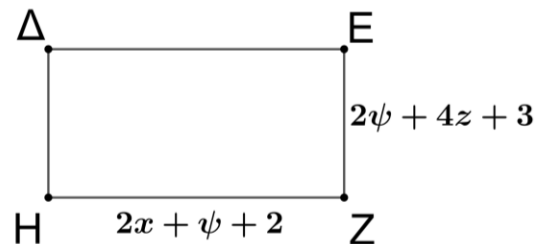
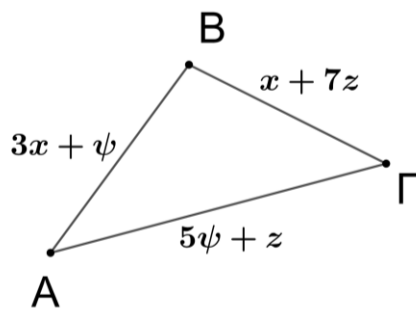
Λύση:

3μ.

$$P(A) = \frac{400}{1450} = \frac{8}{29}$$

Οι μαθητές παίρνουν όλες τις μονάδες και χωρίς να απλοποιήσουν

B2. (α) Δίνονται το τρίγωνο $AB\Gamma$ και το ορθογώνιο ΔEZH . Αν το τρίγωνο έχει περίμετρο $20cm$, να βρείτε την περίμετρο του ορθογωνίου. (8 Μονάδες)



Λύση:

0,5μ για όλη την παράσταση

$$\begin{aligned} \text{Π}_{\text{τριγώνου}} &= 3x + \psi + x + 7z + 5\psi + z \\ &= 4x + 6\psi + 8z \end{aligned}$$

1,5 μονάδες (0,5 μ. για κάθε πλευρά του τριγώνου)

1 μονάδα (0,5 μ. για κάθε πλευρά)

$$\begin{aligned} \text{Π}_{\text{ορθογωνίου}} &= 2(2x + \psi + 2) + 2(2\psi + 4z + 3) \\ &= 4x + 2\psi + 4 + 4\psi + 8z + 6 \\ &= 4x + 6\psi + 8z + 10 \end{aligned}$$

3 μονάδες (0,5 μ. για κάθε όρο)

0,5μ για όλη την παράσταση

Έχουμε ότι:

$$4x + 6\psi + 8z = 20$$

0,5 μ. για την εξίσωση

$$\Leftrightarrow 4x + 6\psi + 8z + 10 = 20 + 10$$

$$\Leftrightarrow 4x + 6\psi + 8z + 10 = 30$$

0,5μ

0,5μ

Η περίμετρος του ορθογωνίου είναι 30cm.

(β) Αν $\psi = 2023^0$ και $x = 3 + 2^\psi(\psi^\psi + 1)$ να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της πιο κάτω παράστασης:

$$A = x^\psi + (x - 4\psi)^2 + \psi^x$$

(7 Μονάδες)

Λύση:

0,5μ.

$$\psi = 2023^0 = 1$$

$$x = 3 + 2^\psi(\psi^\psi + 1)$$

0,5μ. για όλη την παράσταση

$$= 3 + 2^1(1^1 + 1)$$

0,5μ

$$= 3 + 2 \cdot 2$$

0,5μ.

$$= 7$$

0,5μ.

$$A = x^\psi + (x - 4\psi)^2 + \psi^x$$

0,5μ

0,5μ

0,5μ

0,5μ

$$\Leftrightarrow A = 7^1 + (7 - 4 \cdot 1)^2 + 1^7$$

0,5μ

0,5μ

0,5μ

$$\Leftrightarrow A = 7 + 3^2 + 1$$

0,5μ

$$\Leftrightarrow A = 7 + 9 + 1$$

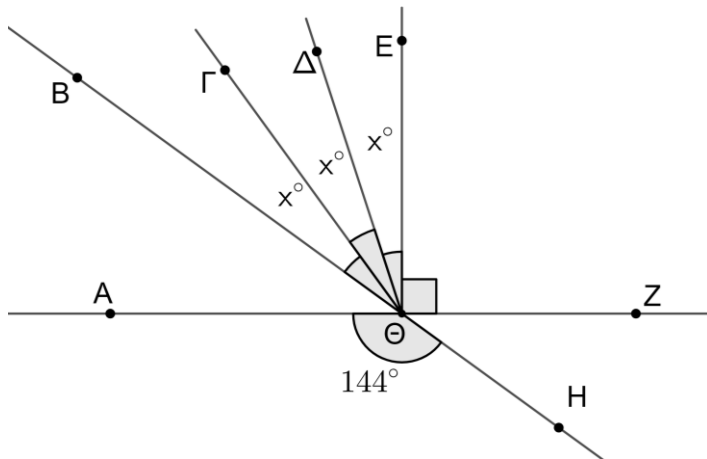
$$\Leftrightarrow A = 17$$

0,5μ

B3. (α) Στο πιο κάτω σχήμα έχουμε τις ευθείες AZ και BH , και τις ημιευθείες $\theta\Gamma$, $\theta\Delta$ και θE και $AZ \perp E\theta$.

Να υπολογίσετε την μεταβλητή x , με χρήση εξίσωσης και εφαρμογής των ιδιοτήτων των ισοτήτων. Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας.

(7 Μονάδες)



Λύση:

1μ.

1μ.

$$\angle B\hat{\theta}Z = \angle A\hat{\theta}H = 144^\circ \text{ (κατακόρυφές γωνίες)}$$

1μ.

Εξίσωση

$$3x + 90 = 144$$

1μ.

$$\Leftrightarrow 3x + 90 = 90 + 54$$

1μ.

$$\Leftrightarrow 3x = 54$$

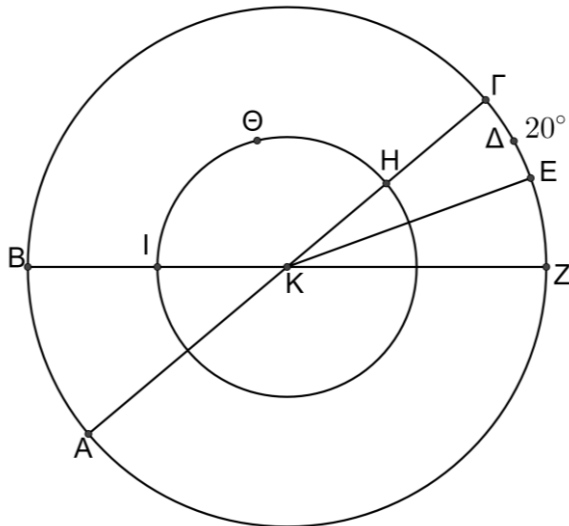
1μ.

$$\Leftrightarrow \frac{3x}{3} = \frac{54}{3}$$

1μ.

$$\Leftrightarrow x = 18$$

(β) Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται δύο ομόκεντροι κύκλοι. (Δηλαδή κύκλοι που έχουν το ίδιο κέντρο K). Δίνονται οι διάμετροι $ΑΓ$ και $ΒΖ$ του μεγάλου κύκλου, το σημείο I το οποίο είναι το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος BK και KE διχοτόμος της $ΓΚΖ$. Αν $ΑΓ = 8cm$ και το τόξο $\widehat{ΓΔΕ} = 20^\circ$ να υπολογίσετε:



(α) Τις ακτίνες των δύο κύκλων

(2 Μονάδες)

Λύση:

Αφού $ΑΓ$ διάμετρος και $ΑΓ = 8cm$ τότε η ακτίνα του μεγάλου κύκλου είναι $4cm$.

1μ.

Αφού I είναι το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος BK τότε

$$KI = \frac{BK}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

1μ.

Δηλαδή η ακτίνα του μικρού κύκλου είναι $2cm$.

(β) το τόξο $\widehat{HΘΙ}$

(6 Μονάδες)

Λύση:

0,5μ.

0,5μ.

$ΓΚΕ = 20^\circ$ (Σε τόξο 20° βαίνει επίκεντρη γωνία επίσης 20°)

0,5μ.

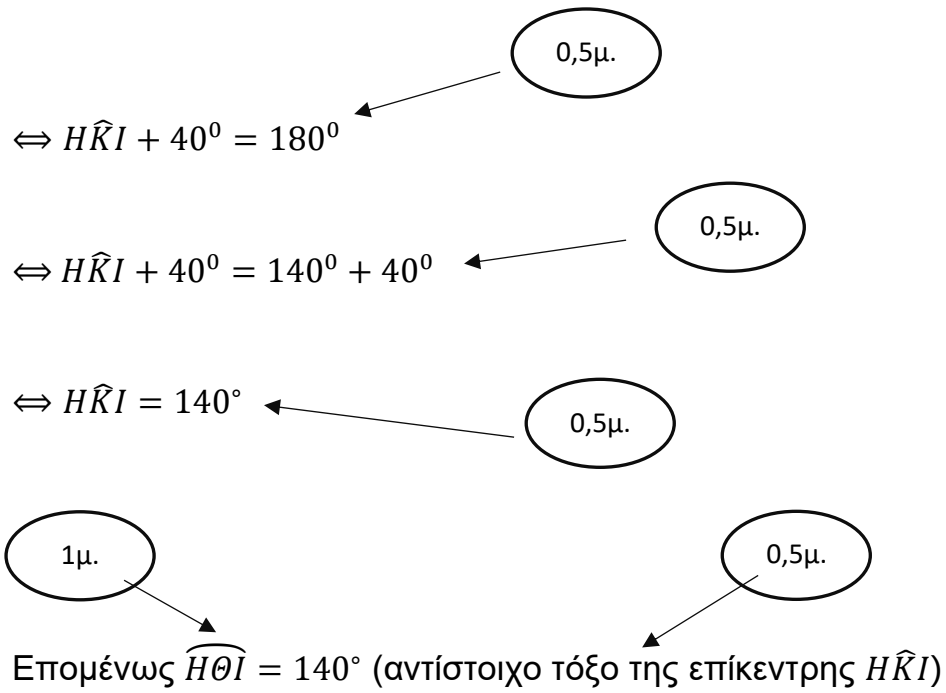
0,5μ.

$ΓΚΖ = 2ΓΚΕ = 2 \cdot 20 = 40^\circ$ (KE διχοτόμος της $ΓΚΖ$)

0,5μ.

0,5μ.

$ΗΚΙ + ΓΚΖ = 180^\circ$ (παραπληρωματικές γωνίες)



ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ
 ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΚΑΘΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ